

Estado da publicação: O preprint foi publicado em outro meio.

DOI do preprint publicado: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2026.v28.e73307>

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SUAS EXPRESSÕES DO FAZER E DO ENSINAR MATEMÁTICA

Paulo Wichnoski, Tiago Emanuel Klüber

<https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.9432>

Submetido em: 2024-07-17

Postado em: 2024-07-29 (versão 1)

(AAAA-MM-DD)

ARTIGO

A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SUAS EXPRESSÕES DO FAZER E DO ENSINAR MATEMÁTICA

PAULO WICHNOSKI¹

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1183-0897>

wichnoski@gmail.com

TIAGO EMANUEL KLÜBER²

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0971-6016>

tiagokluber@gmail.com

¹ Universidade Estadual do Paraná. União da Vitória, Paraná (PR), Brasil.

² Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Cascavel, Paraná (PR), Brasil.

RESUMO: Em busca de uma fenomenologia da Investigação Matemática na Educação Matemática, a pesquisa de doutorado do primeiro autor desse artigo, orientada pelo segundo, interrogou-a com doze obras acadêmicas que se mostraram significativas à comunidade afeta ao tema. Como desfecho, a Investigação Matemática na Educação Matemática pôde ser compreendida como um modo de fazer matemática e como um modo de ensinar matemática. Enquanto um modo de fazer matemática, a pesquisa mostrou que a Investigação Matemática valoriza as conjecturas, os testes, as generalizações e as demonstrações como seu *modus operandi*; e enquanto um modo de ensinar matemática, idealiza para a sala de aula a experiência científica da produção do conhecimento em matemática, concebendo o fazer dos alunos como um imitar, um agir como o matemático. Os sentidos e significados que com isso se abriram, foram interpretados hermeneuticamente à luz da interrogação: *o que é isto; a Investigação Matemática na Educação Matemática?* Esse texto é um recorte da pesquisa supracitada, com o qual expomos compreensões sobre a Investigação Matemática na Educação Matemática em suas expressões do fazer e do ensinar matemática.

Palavras-chave: Filosofia da Educação Matemática, Hermenêutica, Fazer matemática, Ensinar matemática.

MATHEMATICAL INVESTIGATION IN MATHEMATICS EDUCATION IN ITS EXPRESSIONS OF MATHEMATICS DOING AND TEACHING

ABSTRACT: In search of a phenomenology of Mathematical Investigation in Mathematics Education, the doctoral research of the first author of this article, guided by the second, interrogated twelve academic works that proved to be significant to the community affected by the topic. As a result, Mathematical Investigation in Mathematics Education could be understood as a way of doing mathematics and as a way of teaching mathematics. As a way of doing mathematics, research has shown that Mathematical Investigation values conjectures, tests, generalizations and demonstrations as its *modus operandi*; and as a way of teaching mathematics, it idealizes the scientific experience of producing knowledge in mathematics for the classroom, conceiving the students' actions as imitating, acting like a mathematician. The meanings and meanings that were thus opened were interpreted hermeneutically in the light of the question: *what*

is this; Mathematical Investigation in Mathematics Education? This text is an excerpt from the aforementioned research, with which we expose understandings about Mathematical Investigation in Mathematics Education in its expressions of doing and teaching mathematics.

Keywords: Philosophy of Mathematics Education, Hermeneutics, Doing mathematics, Teaching mathematics.

LA INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN SUS EXPRESIONES DEL HACER Y ENSEÑAR MATEMÁTICAS

RESUMEN: En busca de una fenomenología de la Investigación Matemática en la Educación Matemática, la investigación doctoral del primer autor de este artículo, guiada por el segundo, interrogó doce trabajos académicos que resultaron significativos para la comunidad afectada por el tema. Como resultado, la Investigación Matemática en Educación Matemática podría entenderse como una forma de hacer matemáticas y como una forma de enseñar matemáticas. Como forma de hacer matemáticas, las investigaciones han demostrado que la Investigación Matemática valora como su *modus operandi* las conjeturas, pruebas, generalizaciones y demostraciones; y como forma de enseñar matemáticas, idealiza la experiencia científica de producir conocimiento en matemáticas para el aula, concibiendo las acciones del estudiante como imitadoras, actuando como un matemático. Los significados y significados así abiertos fueron interpretados hermenéuticamente a la luz de la pregunta: *¿qué es esto; Investigación Matemática en Educación Matemática?* Este texto es un extracto de la investigación mencionada, con el que exponemos comprensiones sobre la Investigación Matemática en la Educación Matemática en sus expresiones del hacer y la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: Filosofía de la Educación Matemática, Hermenéutica, Hacer matemáticas, Enseñar matemáticas.

INTRODUÇÃO

A Investigação Matemática tem sido evocada pela comunidade da Educação Matemática como uma possibilidade para o ensino e aprendizagem da matemática. Inserida no paradigma investigativo, almeja delegar aos alunos a atividade de construção do conhecimento matemático em sala de aula, sob uma postura especulativa. Nesse sentido, propõe um modo de organização da aula de matemática e junto a outros modos, integra o conjunto das chamadas metodologias de ensino.

Extrapolando a esfera didático-pedagógica, a Investigação Matemática passou a ser foco de pesquisas científicas sob as mais diversas óticas. Ao que tange à produção acadêmica *stricto sensu*, no Brasil, as pesquisas com foco nessa temática, em geral, tratam apenas de confirmar os fatos já anunciados pelas teorias existentes ou fornecem explicações *post hoc* para os fatos novos e as descobertas ocasionais (Wichnoski; Klüber, 2015). Parece haver uma aceitação tácita acerca do *status quo* da Investigação Matemática na Educação Matemática, assentada em uma concepção hegemônica que, em nossa compreensão, deixa lacunas teóricas carentes de compreensões.

Nesse cenário, vimos na construção de uma tese¹ a oportunidade para colocar a Investigação Matemática em pauta e lançar luzes à essas lacunas de um ponto de vista ontológico, portanto, filosófico, não em oposição ao já estabelecido, e nem em alinhamento, mas com ele, lançando novos olhares, novas ideias e novas interrogações – movimento próprio da constituição do conhecimento – e, assim, ser, em suas devidas proporções, um modo de ver e compreender a Investigação Matemática na Educação Matemática.

Com esse anseio, e enveredando-nos pela pesquisa fenomenológica-hermenêutica, interrogamos: *o que é isto; a Investigação Matemática na Educação Matemática?* À luz dessa interrogação, a Investigação Matemática na Educação Matemática pôde ser compreendida em duas regiões de convergências, que a expressaram como um modo de fazer matemática e como um modo de ensinar matemática. Os invariantes expressos com cada uma dessas regiões, chamadas *núcleos*, foram interpretados hermeneuticamente visando expressar os sentidos e os significados do *isto* interrogado. Para esse texto, trazemos a hermenêutica que expõe a compreensão da Investigação Matemática na Educação Matemática em suas expressões do fazer e do ensinar matemática.

METODOLOGIA

Ao buscar compreender *o que é isto; a Investigação Matemática na Educação Matemática* com obras acadêmicas significativas, há um voltar-se para textos construídos por sujeitos existindo histórica e culturalmente, para os quais o mundo tem um sentido próprio, de tal modo que aquilo que se logra compreender, bem como a própria compreensão, não se isentam desses aspectos. Isso nos conduziu à fenomenologia-hermenêutica.

A fenomenologia é derivada de uma atitude que, em última instância, busca a ausência absoluta de pressupostos *a priori*, não duvidando da sua existência, mas interrogando-os junto ao fenômeno². Isso significa não projetar teorias ou explicações ao visto, mas deixar-se conduzir por ele, para ele mesmo se esclarecer. É um retorno às coisas mesmas, desnudando-as para perceber a essência; é, portanto, uma epistemologia da essência (Husserl, 1989).

Nesse sentido, a fenomenologia opõe-se à visão positivista de Ciência que busca confirmar hipóteses pela construção de teorias que sustentam suas afirmações e acredita na doação da realidade por si. A fenomenologia olha para o fenômeno em sua totalidade sem estar subjazida às lentes de quaisquer

¹ Cf. Wichnoski (2021).

² Designa todas as coisas intencionadas pela consciência e, portanto, carrega em seu significado a revelação das essências, não das coisas em si, mas do em si da coisa em sua revelação. Na pesquisa de Wichnoski (2021), o fenômeno é a Investigação Matemática.

teorias que forneçam explicações sobre o visto. Preocupa-se tão somente com o estudo das essências, as quais se tornam evidentes com a redução fenomenológica, em um movimento contextualizado no mundo-vida³ (Husserl, 1989).

Portanto, a tarefa que assumimos com esses textos não foi a de interpretá-los com as lentes de alguma teoria prévia, mas de compreendê-los como *textos que falam*, que expressam sentidos. Assim, a interpretação foi guiada pela escuta do dizer dos textos enquanto produtos humanos. Ao nos referirmos a eles como obras acadêmicas significativas, os assumimos como construções humanas e não como meros objetos de análise.

Como objetos de análise, seriam estáticos e redutíveis a métodos científicos, mas sendo construções humanas “apelam para modos de compreensão mais subtis e compreensíveis” (Palmer, 2018, p. 21). Desse modo, a compreensão transcendeu as formas linguísticas de compreender, via de regra, analíticas e apegadas à linguagem e à objetividade da palavra, e avançou para uma compreensão que alcançou o texto no e pelo contexto histórico do sujeito que experienciou a interpretação e, por isso, foi hermenêutica.

A tarefa de interpretação, portanto, não se resumiu à apropriação do conteúdo dos textos das obras acadêmicas significativas como se fosse possível exercer um controle intelectual sobre eles, sob a égide do esquema sujeito-objeto; antes, foi uma tarefa com aquilo que nos foi dado ver com a experiência vivida, em uma relação de interpelação em que nós (intérpretes) e as obras interrogamo-nos mutuamente. Nesse dinamismo, a hermenêutica vem dar seu contributo e outorgar a possibilidade de *ver e ouvir* o texto. Dessa perspectiva,

[...] interpretar a obra significa caminhar para o horizonte interrogativo no qual o texto se move. Mas isto também significa que o intérprete se move em direção a um horizonte em que outras respostas são possíveis. É nos termos dessas outras respostas – no contexto temporal da obra nos tempos que corre – que temos que compreender o que o texto diz (Palmer, 2018, p. 312).

Nas pesquisas de cunho fenomenológico, a hermenêutica reconhece e se abre à possibilidade de produção do conhecimento, rompendo com os padrões estabelecidos pelo método científico positivista. Ao possibilitar que o processo de conhecer não se dê por vias metodológicas traçadas aprioristicamente, a fenomenologia-hermenêutica não nega a sua importância, porém não fundamenta nelas o rigor da investigação, como algo previamente definido. Fundamenta-o no trajeto, na temporalidade vivida durante o processo de conhecer, isto é, o rigor científico se constitui no “entrelaçamento entre o acontecer e o compreender” (Gadamer, 1999, p. 594-595). Nesse sentido, interpretar não é ser interpelado pelo texto, mas é um interrogar e um movimentar em outra direção que permita compreendê-lo em termos do que

³ É o mundo elaborado intersubjetivamente e visto e configurado com a nossa consciência; é o mundo em que o Ser é.

não foi dito, aquilo é dado ver (Heidegger, 2015), ou, em outros termos, interpretar é um deixar-se conduzir pelo texto, uma vez que ele sempre tem algo a revelar no horizonte de quem o lê.

Os modos como a fenomenologia e a hermenêutica se fizeram presentes na construção da pesquisa de doutorado, pode ser consultado em Wichnoski (2022) e em Wichnoski e Klüber (2022), respectivamente.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa de doutorado se fez com doze obras acadêmicas que tematizaram a Investigação Matemática, e que à nós se mostraram significativas porque foram preservadas pela tradição como fontes de conhecimento úteis à comunidade da Educação Matemática. Essas obras, chamadas na pesquisa de *obras acadêmicas significativas*, seguem expostas com o Quadro 1, e o modo como foram selecionadas pode ser consultado com detalhes em Wichnoski (2021).

Quadro 1 – Obras acadêmicas significativas em Investigação Matemática consideradas na pesquisa

Codificação	Natureza Científica	Título	Autores
1	Livro	Investigações Matemáticas na sala de aula	João Pedro da Ponte; Joana Brocardo; Hélia Margarida Oliveira
2	Artigo	As actividades de investigação, o professor e aula de Matemática	Helena Fonseca; Lina Brunheira; João Pedro da Ponte
3	Capítulo de livro	Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia	Paul Ernest
4	Artigo	O trabalho do professor numa aula de investigação Matemática	João Pedro da Ponte; Hélia Margarida Oliveira; Lina Brunheira; José Manuel Varandas
5	Livro	Histórias de investigações matemáticas	João Pedro da Ponte; Hélia Margarida Oliveira; Maria Helena Cunha; Maria Irene Segurado
6	Capítulo de livro	Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem de matemática	Carlos Alberto dos Santos Braumann
7	Capítulo de livro	Quatro funções da investigação na aula de Matemática	E. Paul Goldenberg
8	Tese	As investigações na aula de matemática: um projecto curricular no 8º ano	Joana Brocardo
9	Dissertação	Avaliações de investigações matemáticas: uma experiência	José Manuel Varandas
10	Livro	A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas	João Pedro da Ponte; Catarina Ferreira; José Manuel Varandas; Lina Brunheira; Hélia Margarida Oliveira
11	Capítulo de livro	Investigando as Aulas de Investigações Matemáticas	João Pedro da Ponte; Catarina Ferreira; Lina Brunheira; Hélia Margarida Oliveira; José Manuel Varandas
12	Dissertação	Actividades de investigação na aula de Matemática: Aspectos da prática do professor	Hélia Margarida Oliveira

Fonte: Wichnoski (2021, p. 41-42)

Com a leitura das obras acadêmicas significativas expostas no Quadro 1, destacamos excertos que expressaram alguma relação daquilo que foi dito nos respectivos textos com a interrogação da pesquisa. Com os excertos, construímos asserções articuladas para expor os modos como os compreendemos, tornando-os claros e condizentes com a região de inquérito da pesquisa. Buscando pelos significados presentes na descrição dessas asserções articuladas, procedemos ao estabelecimento das unidades de significado, isto é, frases que expressaram significados distinguíveis no contexto do texto. Um exemplo dessa construção segue no Quadro 2.

Quadro 2 – Exemplo da construção das unidades de significado

Excertos do texto	Asserções articuladas	Unidades de significado
<u>Pode o trabalho de investigação dos matemáticos servir de inspiração para o trabalho a realizar por professores e alunos nas aulas de Matemática?</u> Essa questão geral suscita uma discussão sobre o que são atividades de investigação matemática. Importa saber se está ao alcance dos alunos investigar questões matemáticas e de que forma isso pode contribuir para a sua aprendizagem.	Os autores iniciam o discurso perguntando sobre a possibilidade de realizar investigações nas aulas de Matemática, inspiradas no trabalho dos matemáticos. Essa pergunta suscita as discussões sobre o que são atividades de Investigação Matemática em sala de aula.	O trabalho dos matemáticos como inspiração para o trabalho pedagógico com a Investigação Matemática.
<u>As investigações</u> uma vez que elas constituem uma parte essencial da actividade matemática: <u>estão directamente relacionadas com a produção de conhecimento matemático e ligadas à natureza dessa ciência.</u>	Ao expor as recomendações do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) para o ensino de Matemática, a autora justifica a importância de integrar a Investigação Matemática nas aulas de Matemática por que ela está diretamente relacionada com a produção de conhecimento matemático e ligadas à natureza da Matemática.	A Investigação Matemática está diretamente relacionada com a produção de conhecimento matemático. A Investigação Matemática está diretamente relacionada com a natureza da Matemática.

Fonte: Wichnoski (2021, p. 43)

Indo em direção às sínteses mais abrangentes do dito e interpretado, buscamos por convergências entre as unidades de significado, de tal modo que a partir das características individuais pudessem emergir constitutivos mais abrangentes, que articulassem as características globais expressas em cada unidade. As primeiras convergências das unidades de significado fizeram emergir as primeiras ideias, ainda turvas, chamadas *primeiras ideias nucleares*. O Quadro 3 exemplifica a constituição de um grupo das primeiras ideias nucleares.

Quadro 3 – Exemplo do trabalho de redução fenomenológica realizado com as unidades de significado

Primeira ideia nuclear	Unidades de significado
Sobre a Investigação Matemática e a Matemática.	A Investigação Matemática está diretamente relacionada com a natureza da Matemática.
	No discurso oficial, a Investigação Matemática é a essência da Matemática.
	No discurso profissional, a Investigação Matemática constitui a verdadeira Matemática.
	Diferentes abordagens consideram a Investigação Matemática um exemplo da verdadeira Matemática.

Fonte: Wichnoski (2021, p. 44)

Olhando para a totalidade das primeiras ideias nucleares, sentidos convergentes foram percebidos, o que solicitou outra convergência, originando grupos de ideias mais abrangentes e mais claros que os anteriores, denominados *segundas ideias nucleares*. O Quadro 4 exemplifica a constituição de um grupo das segundas ideias nucleares.

Quadro 4 – Exemplo do trabalho de redução fenomenológica realizado com as primeiras ideias nucleares

Segunda ideia nuclear	Primeiras ideias nucleares
Sobre a prática pedagógica com a Investigação Matemática.	Diz sobre a abertura e a divergência da Investigação Matemática.
	Diz sobre o professor e a Investigação Matemática.
	Diz sobre o ensino, a prática pedagógica e a Investigação Matemática.
	Diz sobre a presença dos contextos intra e extramatemático na Investigação Matemática.
	Diz sobre o aluno e a Investigação Matemática.
	Diz sobre as fases/momentos/etapas da prática pedagógica com a Investigação Matemática.

Fonte: Wichnoski (2021, p. 45)

Procedendo com mais uma convergência, articulamos os sentidos que emergiram de cada grupo das segundas ideias nucleares em *núcleos de ideias*, as quais findaram o processo de redução fenomenológica porque expressaram os essenciais, os invariantes do fenômeno interrogado; aquilo que, embora manifestado de diferentes maneiras, não se alterou em sentido. Tais núcleos se doaram à descrição e à interpretação, sempre entrelaçadas com a interrogação: *o que é isto; a Investigação Matemática na Educação Matemática?* A articulação das segundas ideias nucleares, constituinte dos núcleos de ideias, segue no Quadro 5.

Quadro 5 – Exemplo do trabalho de redução fenomenológica realizado com as segundas ideias nucleares

Núcleos de ideias	Segundas ideias nucleares
A Investigação Matemática na Educação Matemática é um modo de fazer matemática	Diz sobre a Investigação Matemática e a produção do conhecimento em Matemática.
	Diz sobre a Investigação Matemática e a aplicação da Matemática.
	Diz sobre a Investigação Matemática e a Matemática.
	Diz sobre os tipos de raciocínio presentes na Investigação Matemática e no fazer matemática.
A Investigação Matemática na Educação Matemática é um modo de ensinar matemática	Diz sobre a prática pedagógica com a Investigação Matemática.
	Diz sobre a Investigação Matemática e a Resolução de Problemas.
	Diz sobre Investigações Matemáticas específicas.
	Diz sobre a Investigação Matemática e o currículo.

Fonte: os autores

Em todos os momentos supramencionados fomos vigilantes, colocamos o fenômeno em suspensão, olhando-o com prudência, o que nos assegurou o afastamento dos modos ingênuos de proceder e interrogar, promovendo a ruptura com as certezas do senso comum. É oportuno mencionar que ao expor, por meio da escrita, os modos pelos quais construímos a pesquisa de doutorado, há uma linearidade que não expressa fidedignamente o movimento efetuado. Os procedimentos adotados não

seguiram uma ordem determinada e estanque como sugere a descrição, mas foram retomados e reorientados sempre que solicitado pelo fenômeno.

HERMENÊUTICA DOS NÚCLEOS DE IDEIAS

Nessa seção, expomos aquilo que na pesquisa foi visto e sentido, de modo a cintilar as estruturas gerais do fenômeno interrogado – a Investigação Matemática na Educação Matemática – visando expressar hermeneuticamente os sentidos do *isto* que interrogamos, na dimensão do fazer matemática e do ensinar matemática. Pontuamos que não negamos a existência de uma epistemologia por detrás do ensinar, o que poderia diluir o ensinar matemática na dimensão do fazer matemática. Contudo, o fenômeno se mostrou multifacetado e constituído por dois aspectos que, tal como compreendemos, são inseparáveis, mas distinguíveis entre si, são eles: os epistemológicos (relativos ao fazer matemática) e os didáticos (relativos ao ensinar matemática).

A Investigação Matemática na Educação Matemática em sua expressão do fazer matemática

Iniciemos com a seguinte asserção: *a Investigação Matemática na Educação Matemática é um modo de fazer matemática*. O termo *fazer* destaca uma dimensão epistemológica que diz da gênese, das condições, da legitimidade e da estruturação que a matemática, em vias de se fazer, se mostra e se presentifica na Investigação Matemática. Enquanto um modo de produção do conhecimento, uma das expressões do fazer encontra-se na própria matemática, manifestando-se como exemplo da sua natureza e essência, e constituinte da ‘verdadeira matemática’.

Nesse sentido, vê-se a presença de um discurso sobre o fazer matemática na Investigação Matemática que considera a natureza, a essência e uma verdadeira matemática como alicerces para a Investigação Matemática. Esse modo de enunciá-la repousa sobre uma concepção de matemática que é própria de quem discursa, o que nos leva a perguntar: o que é a verdadeira matemática? Qual é a sua natureza? E a sua essência?

De acordo com Inwood (2002, p. 54), *essência* “é a ‘natureza interna ou princípio’ de uma coisa. [...] ‘sua natureza básica’, ‘sua natureza essencial’, ‘ser interior’”. Pode ser entendida como a substantivação do verbo *wesen*, que originariamente significa modos de ser e, portanto, refere-se ao *ser-o-que* e ao *ser-como* de algo, isto é, “se indagamos acerca da ‘essência’ no sentido usual da questão, a questão é sobre o que ‘faz’ um ente ser o que ele é, portanto sobre o que perfaz seu ser-o-que” (Inwood, 2002, p. 55).

Para Aristóteles, a verdadeira essência de um Ser ou de uma coisa, a qual chama de essência necessária ou substância, é aquilo que diz *o quê* o Ser ou a coisa não podem não ser (Abbagnano, 2010).

Em conformidade, São Tomás entende a essência como “a ‘qüididade’ ou ‘natureza’ que compreende tudo o que está expresso na definição da coisa” (Abbagnano, 2010, p. 362). À vista disso, interpretamos que a essência diz do modo de ser; das características imanentes de algo; está ligada à natureza dos entes, enquanto estado que institui os modos de ser *o quê* e *como* são.

A palavra *natureza* “vem do latim *natura*, ‘nascimento, característica, ordem natural etc.’, e esta, por sua vez, de nasci, ‘ser nascido, crescer, ser produzido’” (Inwood, 2002, p. 125). Esse significado alude para as qualidades inatas de um Ser, ou de algo, ao nascer, isto é, *natureza* designa uma condição própria de existência, convergindo com o entendimento de essência, antes exposto. Além disso, está associada ao nascer como condição na qual o Ser se constitui e encontra significado.

Portanto, a natureza de um Ser ou de uma coisa pode ser compreendida como a essência que diz do seu *ser-o-que* e do seu *ser-como*, ao nascer; em outras palavras, é um modo de ser, do Ser, ao nascer. Assim, ao dizer que o fazer matemática está ligado à natureza da matemática, a ideia enunciada o conecta à essência da matemática, ao modo de ser da matemática em seu estado nascente, em sua origem. Heidegger (2005, p. 11) nos diz que “origem significa aquilo a partir do qual e através do qual uma coisa é o que é, e como é. Ao que uma coisa é como é, chamamos a sua essência. A origem de algo é a proveniência da sua essência”. Com isso, cabe indagar: *o que é e como é* a verdadeira matemática que a Investigação Matemática exemplifica?

Consideremos, inicialmente, o fato de que trabalho investigativo se relaciona diretamente com a experimentação, de tal maneira que as ideias matemáticas emergentes são frutos das tentativas de compreensão experimentadas pelos alunos. De igual modo, a observação também se mostra presente no fazer matemática e é fundamental na fase inicial para suscitar alguma conjectura, bem como para os alunos dizerem o que compreendem ao estarem a fazer matemática.

Observar e experimentar são ações intimamente associadas à Ciência, portanto, ao mundo circundante da pesquisa científica, e ao que pese ao fazer matemática, ajudam a estabelecer intuições que levam à formulação de conjecturas. Todavia, é consenso entre os cientistas matemáticos, ser necessário validá-las por meio da demonstração, o que implica na desvalorização do aspecto experimental do fazer matemática em detrimento do aspecto dedutivo. Ao que parece, na Investigação Matemática a observação e a experimentação disparam o fazer matemática, mas são abandonadas pelo fazer que demonstra e generaliza.

Outra característica desse fazer matemática, tal como compreendido no âmbito da Investigação Matemática, é a presença do pensamento intuitivo. Para a Psicologia Analítica, a intuição é uma função psíquica associada ao campo do irracional e “trata-se de uma apreensão perceptiva dos fenômenos [...] pela via inconsciente” (Ramos, 2005, p. 141). Assim, a intuição se mostra um visar súbito e inconsciente

do Ser, é uma clarividência sem recorrência a qualquer recurso inteligível, cuja apreensão dos fenômenos é um dar-se imediato na esfera do sensível e peculiar apenas para aquele que intui.

Ao longo da história da filosofia, a intuição foi entendida como “uma forma de conhecimento superior e privilegiado” (Abbagnano, 2007, 581), cuja relação entre o sujeito e o objeto é caracterizada pela imediação. Para Descartes, a intuição é uma faculdade mental que “estende-se às coisas [...] e a tudo o que o intelecto experimenta com precisão em si mesmo ou na imaginação” (Abbagnano, 2007, p. 581). Desse modo, a intuição é uma forma de pensamento particular e privilegiada da consciência humana, sob a qual as verdades são apreendidas pelo intelecto por si mesmas, isto é, o objeto do conhecimento está imediatamente presente.

Para Kant (2001), a intuição é uma forma pura de pensamento através da qual o espírito percebe, organiza e compreende, não como uma faculdade passiva, mas como um modo da ação criativa. Ele acreditava que a intuição opera como um conhecimento *a priori*, ou seja, fundamentado na razão e independente da experiência, e que a matemática

[...] oferece-nos um exemplo brilhante de quanto se pode ir longe no conhecimento *a priori*, independente da experiência. É certo que se ocupa de objetos e de conhecimentos, apenas na medida em que se podem representar na intuição. Mas facilmente se deixa de reparar nesta circunstância, porque essa intuição mesma pode ser dada *a priori* e, portanto, mal se distingue de um simples conceito puro (Kant, 2001, p. 67).

Das palavras de Kant (2001), pode-se compreender que a intuição independe da experiência e, no que tange à matemática, os objetos do conhecimento são sempre juízos intuitivos puros *a priori* e, portanto, não empíricos. Por isso, para Kant (2001), a matemática é o exemplo mais brilhante de uma razão pura. Mas, de que intuição (ou entendimento de intuição) nos falam os textos das obras acadêmicas significativas? Seria a intuição uma faculdade psicológica? Seria a faculdade mental irracional de Descartes? Seria a razão pura de Kant?

Consideremos a analogia entre a intuição e um dos sentidos do corpo humano – *o faro* – conforme sugere Braumann (2002, p. 24): “o ‘faro’ (ou intuição) é um dos principais amigos do investigador; sem ele, não vai longe. Como se adquire? Não sei, mas sei que a experiência do nosso trabalho e do trabalho alheio ajuda a desenvolvê-lo”. Ao perguntar como se adquire, já se elimina toda a possibilidade de a intuição ser um pensar súbito inconsciente, tal como compreende a Psicologia Analítica.

De igual modo, as ideias cartesianas e kantianas, que a concebem como uma forma pura de pensamento independente da experiência em que a matemática se apresenta pelo espírito, também não se sustentam. Além disso, ao ser respondido que a experiência com o próprio trabalho enquanto matemático e o trabalho de outros matemáticos ajudam a desenvolvê-la, evidencia-se que a intuição “é

uma qualidade psíquica [...] mas que, em um qualquer instante, se consubstancia no acervo de atitudes derivadas da experiência matemática” (Wilder, 1967, p. 606).

Portanto, compreendemos que os textos das obras acadêmicas significativas falam da intuição como uma antecipação do sentido daquilo que está por vir, sem, contudo, ser possível saber como se dá. Ela apenas vem, de súbito, para quem lança o olhar sobre o por vir. É uma vivência especial, particular, que lança o olhar sobre o diverso e difuso e encontra um fio condutor que, em princípio, é enigmático. Essa ideia de intuição é favorecida pelos relatos biográficos de Poincaré; a exemplo deste que segue:

[...] havia já quinze dias que me esforçava por demonstrar que não podia existir nenhuma função análoga às que depois vim a chamar funções fuchsianas. Estava, então, na mais completa ignorância; sentava-me todos os dias à minha mesa de trabalho e ali permanecia uma ou duas horas ensaiando um grande número de combinações e não chegava a nenhum resultado. Uma tarde, contra meu costume, tomei um café e não consegui adormecer; as ideias surgiam em tropel, sentia como me escapavam até que duas delas, por assim dizer, se encaixaram formando uma combinação estável. De madrugada tinha estabelecido a existência de uma classe de funções fuchsianas, as que derivam da série hipergeométrica (Poincaré, 1996, p. 9).

Outro aspecto que se mostra presente na Investigação Matemática, em sua expressão do fazer matemática, é a abstração. O sentido léxico do termo *abstração* remete para o que não é concreto, pertencente ao plano do irreal. No contexto da filosofia, designa-se “a operação mediante a qual alguma coisa é escolhida como objeto de percepção, atenção, observação, consideração, pesquisa, estudo, etc, e isolada de outras coisas com que está em uma relação qualquer” (Abbagnano, 2007, p. 4). Há, aqui, dois sentidos para a abstração: o primeiro como algo não concreto e o segundo como separação, enquanto resultado de uma operação de escolha.

Entre os significados do termo *isolar*, estão: *separar* e *romper* (Ferreira, 2010). Neste mesmo sentido, Japiassú e Marcondes (2001) esclarecem que a abstração é a “operação do espírito que isola, para considerá-lo à parte” (p. 7). Também, a abstração pode ser definida como o “processo pelo qual o espírito se desvincula das significações familiares do vivido e do mundo das percepções para construir conceitos” (p. 7). Com isso, vemos um terceiro sentido para a abstração, e tal como o compreendemos, atribuí à abstração o *status* de uma operação (mas não de escolha) que rompe com as relações entre coisas, enfocando-as isoladamente.

Vejamos o relatado por Braumann (2002, p. 10): “representemos por $N = N(t)$ o tamanho da população no instante $t \geq 0$ e seja $N(0) = N_0 > 0$ a população inicial. Neste modelo supõe-se que a taxa instantânea (velocidade) de crescimento do tamanho da população, isto é, a derivada $dN(t)/dt = rN(t)$, onde r é a constante de proporcionalidade”. Tal como compreendemos, esse excerto exemplifica que a situação inicial de Investigação Matemática em questão deriva da realidade, porém os dados são destituídos de seus significados extraídos do real e explorados como elementos puramente matemáticos,

isto é, são abstraídos (separados) do mundo físico no evento do fazer. Isso aponta para um modo de fazer matemática situado na fronteira entre o real visado e a idealidade matemática, cujo conhecimento matemático produzido é uma representação que apenas reflete essas outras coisas com as quais a matemática está relacionada, em uma linguagem própria; ou seja, a linguagem matemática é o mecanismo para representar as coisas do mundo real e evadir do concreto.

O pensamento indutivo também se revela presente na Investigação Matemática, enquanto um modo de fazer matemática. Esse pensar repousa sobre a observação de certo padrão, identificado em casos particulares, à guisa da generalização que amplia as características explicitadas pelo padrão para casos inobserváveis. Com Bicudo (2013), compreendemos que um dos aspectos desse modo de fazer matemática vai “da multiplicidade dos aspectos percebidos na empiria, para a unidade visível na multiplicidade [...] que transcende os dados empíricos e reúne aspectos do visto em uma síntese articuladora” (p. 21-22). Dito de outro modo, o fazer matemática da Investigação Matemática não só envolve a generalização, como a enfatiza e para ela se orienta.

Hermeneuticamente, abre-se a compreensão de que essa esquematização epistemológica que orienta a indução, “implica a generalização sobre a base de observações causais, e pretende validade enquanto não apareça alguma instância contrária” (Gadamer, 1999, p. 515) sustentando, assim, a inferência do *vale sempre*; ou como esclarecerem Japiassú e Marcondes (2001), é um fazer que “procede à generalização a partir da repetição e da observação de uma regularidade em um certo número de casos” (p. 103).

Segundo Abbagnano (2007, p. 478), *generalizar* significa “ampliar um domínio com a introdução de novos símbolos, de tal modo que as leis válidas no domínio originário continuem valendo no domínio mais amplo [...] [e] algumas vezes também se dá o nome de G. [generalização] à *indução*”. Em Japiassú e Marcondes (2001, p. 85), encontramos a seguinte definição para o verbo *generalizar*: “operação mental que consiste em estender a toda uma classe de seres ou de fenômenos aquilo que é constatado em alguns seres”.

As obras acadêmicas significativas expressam que a generalização, junto à abstração, é um dos grandes objetivos da Investigação Matemática. O termo *objetivo* é um substantivo do verbo transitivo direto *objetivar* que significa “ter por fim; pretender” (Ferreira, 2010, p. 539). Ao ser adjetivado como *grande*, há uma imposição de intensidade que indica uma transcendência de parâmetros, ou seja, é um objetivo mais amplo se comparado a outros. Portanto, a generalização e a abstração se destacam para além de intuir e se revelam como propósitos desse fazer, ainda que intuitivo, bem como revelam um fazer que preza por uma sistematização expressa em linguagem matemática.

Observar e estudar regularidades e padrões são ações que configuram, também, esse modo de fazer matemática e, mais que isso, destacam a sua marca. O termo *marca* significa o “sinal distintivo de

um objeto [...] qualidade” (Ferreira, 2010, p. 488). Tal possibilidade leva-nos a questionar: seria esse fazer que permite diferenciar a Investigação Matemática de outras perspectivas, no contexto da Educação Matemática?

Em geral, os padrões e as regularidades associam-se à generalização, enquanto possibilidade de reunir os aspectos observados na multiplicidade em uma unidade, geralmente algebrizada, isto é, propõem um esforço para *ver* a regra que está implicitamente presente nos casos particulares e que os une em uma representação única. Assim, ser regular é atender a uma condição indispensável que permite ser percebido “numa única representação e determinar a multiplicidade em sua forma” (Abbagnano, 2007, p. 841). Compreendemos, então, que isso mostra um modo de fazer matemática que busca por um padrão que possa expressar as regularidades observadas em uma determinada linguagem – a da matemática. No contexto da Educação Matemática, é um modo de construir essa linguagem no campo algébrico e suas representações simbólicas e, portanto, essencialmente abstrato.

Tal como expressaram as obras acadêmicas significativas, na Investigação Matemática o conhecimento matemático é finalmente constituído pela demonstração, implicando em um fazer que é validado somente se houver prova. De acordo com a literatura sobre o tema, há indícios de que uma demonstração é um processo que avança para a formalização do fazer matemática por meio de deduções e argumentos lógicos, a exemplo do que afirmam Oliveira (1998, p. 15): “passando no teste haverá que demonstrar a sua veracidade para deixar de ser ‘apenas’ uma conjectura, e tornar-se uma propriedade estabelecida pelo método matemático”; e Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira e Varandas (1999, p. 17): “contudo, é essencial partilhar significados, promover a utilização de uma linguagem matemática mais correcta, compreender a importância das demonstrações — em suma, avançar para a formalização”.

A verdade enunciada na demonstração é, então, uma propriedade derivada do próprio modo produtor, e tal como dita a racionalidade da Ciência ocidental, é comunicada em enunciados proposicionais que a cristalizam *ad aeternum*. Para Bicudo e Garnica (2011, p. 85), a demonstração carrega em si “o caráter mítico da Matemática, sempre alimentado por uma proliferação desmedida da ideologia da certeza, pelas significações unívocas de seus conceitos e por ser caráter de eternidade espaço temporal”.

Outra possibilidade de assumir as demonstrações como uma característica do fazer matemática da Investigação Matemática, é como justificativas que se utilizam de argumentos plausíveis, de tal modo que “o foco, ao nível do ensino da Matemática, se deve deslocar do conceito de provas/demonstrações rigorosas, para um conceito de prova/demonstração como argumento convincente” (Brocardo, 2001, p. 118). Nesse sentido, há indícios de que as demonstrações podem ser flexibilizadas ao nível do investigador, retirando o peso do rigor e da formalização matemática, sem retirar a sua importância enquanto capacidade de comunicação na atividade de Investigação Matemática.

É verdade que a intuição opera no processo de criação da matemática, como revelam os relatos de Connes em Gravina (2001), e de Braumann e Andrew Wiles em Singh (2014). Todavia, “os matemáticos odeiam fazer uma declaração falsa. É claro que eles empregam a intuição e a inspiração, mas declarações formais precisam ser absolutas” (Singh, 2014, p. 8). Nas obras acadêmicas significativas, vemos a afirmação de Singh (2014) se atualizar quando se evidencia que o trabalho investigativo se relaciona diretamente com a intuição, porém, nele, a explicação intuitiva não é suficiente para validar a veracidade das conjecturas, sendo necessária a argumentação e a prova formal, isto é, há uma negação do movimento de constituição do conhecimento que se vale da intuição.

Considerando a citação de Singh (2014) e que a conjunção *mas* na estrutura do texto tem a função de interligar orações com as mesmas propriedades sintáticas, introduzindo uma frase que denota basicamente oposição ou restrição ao que foi dito, há razões para supor que a intuição e a demonstração se contrastam, de modo que as declarações formais absolutas, entendidas como demonstrações, não se restringem à explicações intuitivas. Isso traz à tona a afirmação de Poincaré com referência à Bernard: “demonstra-se com a lógica, mas só se inventa com a *intuição*” (Abbagnano, 2007, p. 583), e coloca em voga a questão da verdade do conhecimento matemático, de tal modo que ela se instaura por demonstrações e, portanto, reside na correspondência entre o enunciado na demonstração e o ente que se enuncia.

Para Heidegger (2015) essa é a concepção clássica de verdade que se resume em uma adequação entre o intelecto e o ente (*adaequatio intellectus et rei*), literalmente traduzido como “conformidade da(s) coisa(s) e do intelecto” (Inwood, 2002, p. 196), cujo pronunciamento da verdade está no enunciado, no qual o ente é apenas representado. Heidegger (2015, p. 300) nos adverte que isso “é a indicação de que a ‘verdade’ pertence ao enunciado, a indicação de que, em seu modo de ser, o enunciado é um descobrimento” e que, muitas vezes, a verdade não tem esse conteúdo e não se expressa em enunciados válidos.

É consenso entre alguns autores que o fazer matemática envolvido na Investigação Matemática perpassa pela sequência que conjectura, testa, generaliza e demonstra (Brocardo, 2001). Embora antes das conjecturas haja *insights*, imaginações, suposições turvas, intuições, experimentações, e entre as conjecturas e os testes, haja incertezas, e entre os testes e as demonstrações mais incertezas, recuos, erros, falseamentos, e só depois de vencer o abismo entre o *insight* do resultado e a demonstração é que a conjectura se torna válida, o fazer matemática se revela *standard*; um fazer cujo estilo conjectura-teste-demonstração é uma forte característica. Nessa afirmação, colocamos em destaque o termo *estilo*, que, em Abbagnano (2010, p. 375), é assim definido: “conjunto de características que distinguem determinada forma de expressão [...] uma unidade de formas, de tônicas e de atitudes dominantes, numa complexa variedade de formas e conteúdos”.

Ao ser dito que as conjecturas, os testes e as demonstrações compõem o estilo desse modo de fazer matemática, revela-se a singularidade da sua configuração; as características que lhe conferem especificidade e que o distinguem de outros. Ainda que não com essa adjetivação (estilo), a presença dessas características é afirmação recorrente nas obras acadêmicas significativas, estando, necessariamente, presentes na Investigação Matemática. Esse modo de caracterizar a Investigação Matemática na Educação Matemática revela que as conjecturas, os testes, as demonstrações e as generalizações estão em seu cerne enquanto um modo de fazer matemática. Ao estar no cerne, significa que são o âmago do processo que produz conhecimento matemático.

A Investigação Matemática na Educação Matemática em sua expressão do ensinar matemática

O termo *ensinar*, do grego *didaktiké*, compõe a etimologia do termo *didática* que, por sua vez, alude aos aspectos envolvidos no processo de ensino. Com isso, ao dizer que *a Investigação Matemática na Educação Matemática é um modo de ensinar matemática*, destacam-se os invariantes que a expressam como atividade de sala de aula. Na expressão do ensinar matemática projeta-se a expressão do fazer matemática, tal como exposto na seção anterior, de modo que em termos de prática pedagógica a Investigação Matemática ambiciona certa proximidade entre a experiência do aluno que está a aprender matemática e a experiência do cientista matemático que está a fazer matemática.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) essa proximidade traz para a sala de aula a atividade matemática autêntica, promovendo, assim, uma identidade entre aprender e fazer matemática. No léxico, o adjetivo *autêntico* diz daquilo que é fidedigno ao autor a quem se atribui; é sinônimo de genuíno, legítimo, puro (Ferreira, 2010). De acordo com Abbagnano (2007), ele indica aquilo o que é próprio do Ser, “em contraposição à perda de si mesmo ou de sua própria natureza, que é a inautenticidade” (p. 95). Em Inwood (2002), o termo encontra-se definido como uma derivação do termo grego *autos* que significa *si mesmo*. *Autenticidade*, portanto, indica uma tomada de consciência e o descobrimento dos modos originais de ser, pelo próprio Ser; pois, “ser autêntico é fazer sua própria coisa, não o que o impessoal prescreve” (Inwood, 2002, p. 12).

Assim, ao compreender a Investigação Matemática em sua expressão do ensinar matemática como uma experiência matemática autêntica, pressupõe-se que os alunos descubram seus modos peculiares de *ser-com* a matemática e envolvam-se em um fazer “feito por suas próprias mãos” (Inwood, 2002, p. 11). Contudo, ao ambicionar que a experiência vivida pelo aluno seja muito próxima daquela vivida pelo cientista matemático, compreendemos que a característica de autenticidade mostra-se como algo dado em si, desconsiderando as possibilidades de os sujeitos que experienciam a experiência para ela se abrirem. Em outras palavras, esse modo de ensinar matemática parece desconsiderar as possibilidades

de os alunos aprenderem regidos por maneiras de pensar e agir que lhes são próprias, e incentivar aquelas regidas pela tradição do fazer matemática e, ainda que o discurso se dirija à autonomia dos alunos, a autenticidade não é, por nós, vislumbrada. Nesse sentido, vemos se revelar a presença da impessoalidade do fazer, o que nos direciona a pensar sobre o estado de inautenticidade dessa experiência.

Ao se revelar um modo de ensinar matemática muito próximo da atividade do cientista matemático, a qual segue as configurações ditadas pela tradição de uma comunidade científica própria, a Investigação Matemática parece não levar em consideração o fenômeno da compreensão e toma apenas uma faceta da relação causa (fazer matemática) e efeito (ensinar matemática), aceitando o que essa tradição diz, conduzindo a possibilidade de a experiência com o fazer matemática, enquanto um modo de ensinar matemática, ser inautêntica.

Evidencia-se, para nós, que a autenticidade da experiência do fazer está relacionada ao fazer do cientista matemático, o qual tem procedimentos próprios e mantidos pelo caráter objetivo da tradição. Isso mostra certa impregnação de objetividade na experiência, que acaba por reduzi-la a um experimento, o qual é sempre regido por algum método e passível de reprodutibilidade e, portanto, “a experiência suspende em si mesma sua própria história e a extingue” (Gadamer, 1999, p. 513). Essa abertura hermenêutica nos direciona a perguntar: até que ponto é possível o aluno fazer uma experiência matemática autêntica, ou fazer com suas próprias mãos, procedendo segundo princípios metodológicos de outros?

Ao ser esperado que o aluno viva uma experiência muito próxima daquela vivida pelo cientista matemático, compreendemos que parece haver uma projeção idealizada dessa última sobre a experiência original que acontece no *mundo-vida*, de modo que a ele “não lhe é dado voar como quiser. Vê-se obrigado a ir ascendendo *gradatim* (passo a passo)” (Gadamer, 1999, p. 515) “a graus progressivos de generalização e de abstracção” (Ponte; Oliveira; Cunha; Segurado, 1998, p. 17). Em outras palavras, a experiência se mostra como um direcionamento que vai do estabelecimento de questões a serem investigadas à generalização e à abstração, perpassando pela criação, testes e refinamentos de conjecturas e pela demonstração.

Outra questão que suscita discussões nesse domínio é disparada pelo seguinte excerto: “pode o trabalho de investigação dos matemáticos servir de inspiração para o trabalho a realizar por professores e alunos nas aulas de Matemática?” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2013, p. 9). O termo *inspirar* significa influenciar (Ferreira, 2010) e, portanto, aquele que inspira exerce certa influência sobre o inspirado. Considerando que a Investigação Matemática em sua expressão do ensinar matemática se revela inspirada no trabalho científico dos matemáticos, estaria ela em uma relação de subserviência à expressão do fazer matemática?

É dito: “o aluno é chamado a agir como um matemático” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2013, p. 23). Isso reforça a aproximação entre a atividade desenvolvida pelo aluno no contexto escolar e a desenvolvida pelo matemático no contexto científico, as quais possuem natureza equivalente e, portanto, nesse modo de ensinar matemática os alunos têm a oportunidade de vivenciar o trabalho dos matemáticos profissionais. Ao dizer *um matemático* ou *dos matemáticos*, remete-se à referência da ação para o outro e não para o Ser que, ao estar no mundo, pode fazer matemática. Com isso que dissemos, vemos que a expressão do ensinar matemática é um convite aos alunos para a expressão do fazer matemática, de tal maneira que ao estarem com a Investigação Matemática, constituem uma pequena comunidade que utiliza os processos característicos da atividade investigativa em matemática.

Segundo Gravina (2001, p. 17), “o processo de criação matemática é complexo. [Nele] acontece o ‘pensar matemático’, caracterizado por experimentar, interpretar, visualizar, abstrair, conjecturar, errar e demonstrar”. Portanto, o modo de fazer matemática do matemático é, em sentido macro, homogêneo; todos agem ao mesmo modo, trilham o mesmo caminho, ainda que com passos próprios. Em se tratando do contexto escolar, parece-nos que os alunos são, também, chamados a trilhar o caminho que inicia com o experimentar e termina com o demonstrar. Conforme compreendemos, se esse caminhar não for vivenciado a partir dos modos originais de os alunos estarem com a matemática compreendendo-a; os conteúdos dessa Ciência não lhes dizem nada, porque o fazer matemática não foi “feito por suas próprias mãos” (Inwood, 2002, p. 11).

Compreendemos que a diretividade pedagógica em sala de aula é, em algum nível, inevitável, e junto às obras acadêmicas significativas vemos que essa condução se mostra, por um lado, feita por atitudes orientadoras, indicadoras, apoiadoras, estimuladoras e fornecedoras de informações. Conduzir, portanto, assume o sentido de moderar o trabalho interferindo discretamente e ligeiramente; é “dar direção a” (Ferreira, 2010, p. 257). Por outro, a condução revela-se no sentido de estar no controle, de modo que ao professor cabe escolher as conjecturas a serem provadas e as situações que julga serem desafiadoras para os alunos.

Ainda que como uma atitude moderadora o professor tem a oportunidade de ver as coisas sob a perspectiva dos alunos e, assim, valorizar os seus modos de pensar, pode ser que esse *dar a direção* se preste a satisfazer os seus próprios anseios, os quais “dependem igualmente de forma decisiva do modo como ele encara a educação, o currículo e a aprendizagem” (Ponte et. al, 1999, p. 25). Assim, o *ver* dos alunos fica condicionado ao *ver* do professor; e, ainda que se reconheça que as atitudes dos alunos se transformam a medida que se confrontam com a informação ou por vias da sua experiência do fazer, o professor é quem determina essa transformação, uma vez que, implicitamente, é ele que fornece informações e direciona experiências. Em outras palavras, o fazer do aluno é regido pelo fazer do

professor que fornece informações, estrutura a experiência do fazer e, conseqüentemente, estrutura as concepções dos alunos acerca da matemática.

Note-se que o modo como são concebidas as ações dos alunos ao estarem com a Investigação Matemática, reafirma a transposição da epistemologia do fazer matemática para o ensinar matemática e traz outra figura além do matemático, a saber, a figura do professor. O comportamento dos alunos fica circunstanciado nos limites impostos pelo professor e pela tradição científica da matemática e enquadrado pelo modo produtor do cientista matemático e pelo modo produtor do professor que, por sua vez, pode ser reflexo do primeiro modo produtor. Ao se inspirar no trabalho dos cientistas matemáticos e ter o raciocínio didático e matemático do professor como modelo, pode-se tolher a possibilidade de o aluno abrir-se para a atividade investigativa e compreender a matemática como algo não simplesmente dado.

No bojo dessa discussão, Ponte et. al (1999) nos dizem que, na Investigação Matemática, as ideias matemáticas são frutos de tentativas de compreensão são experimentadas pelos alunos. Todavia, conforme já exposto, é o trabalho do professor ou do cientista matemático que serve de modelo para eles. Com isso, parece-nos que os alunos apenas experimentam as experiências anteriores sob o princípio da reprodutibilidade, o que aponta para a objetividade da experiência que deixa de ser autêntica e passa a ser experimento, cujo valor filosófico específico é o de “experiência controlada ou dirigida” (Abbagnano, 2007, p. 414). Desse modo, vemos certa objetividade na experiência “garantida pelo fato de que as experiências que jazem ali poderiam ser repetidas por qualquer pessoa” (Gadamer, 1999, p. 513), livrando-a do Ser que a experiência e da historicidade da própria experiência em nome da esquematização epistemológica do fazer matemática do cientista matemático ou do professor.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A asserção que ensejou o texto hermenêutico é: *a Investigação Matemática na Educação Matemática como um modo de fazer matemática*. Essa afirmação não é nova, porém, olhando-a com a interrogação: *o que é isto; a Investigação Matemática na Educação Matemática?*, as reflexões que emergem incidem sobre os modos que esse fazer se manifesta e que matemática ele produz, ou seja, incidem sobre *o que é e como é a matemática que interessa à Investigação Matemática*. Dizer que é um modo pressupõe outras possibilidades, pressupõe a existência de outros modos de fazer. Os diferentes modos pelos quais a expressão *fazer matemática* se doa à interpretação, implicam em compreensões, também, diferentes.

Todavia, o modo pelo qual compreendemos o fazer matemática se expressar na Investigação Matemática, no contexto da Educação Matemática, converge com o fazer matemática do cientista matemático. Por isso, o *como* desse fazer, valoriza o conjunto de processos característicos da produção do conhecimento em matemática – as conjecturas, os testes, as generalizações e as demonstrações – como

seu *modus operandi*. Ao passo que esse modo de compreender o fazer matemática se revela inspirador da prática de ensino; se revela o foco, o objetivo e a ela dita o como proceder, o ensinar matemática avança pelas mesmas vias, o que aponta para a possibilidade de a Investigação Matemática na Educação Matemática, em sua expressão do ensinar matemática, ser, ontologicamente, conjecturar, testar, generalizar e demonstrar.

Com isso, compreendemos que a Investigação Matemática em sua expressão do ensinar matemática, é um convite ao aluno para o fazer matemática do cientista matemático. Contudo, é crítico notar que neste fazer já está decidido, de antemão, a meta (demonstração) e o método (conjecturar, testar, generalizar, demonstrar). Do ponto de vista ontológico, compreendemos que essa orientação é problemática porque “não tira o modo de ser dos entes deles mesmos” (Machado; Silva, 2017, p. 40), mas de uma racionalidade que tem, exclusivamente, no método, o seu modo produtor.

Ao situar-se na Educação Matemática, não são apenas os processos da prática científica de constituição do conhecimento matemático que importam. O fazer matemática na sala de aula requer uma atividade plural, que acolhe, além da linguagem matemática, outras; bem como modos de pensar, validar e comunicar o conhecimento que sejam autenticamente dos alunos. Isso não significa excluir os modos produtores da matemática enquanto Ciência ao estar com a Investigação Matemática na Educação Matemática, mas considerá-los, a partir do âmbito escolar, como um fazer de possibilidades em que os alunos produzam matemática com suas próprias mãos e em seus autênticos modos de serem sujeitos investigadores.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. *Dicionário de Filosofia*. (Trad.) Ivone Castilho Benedetti. 5 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: Flores, C. R. E.; Cassiani, S. (Org.). *Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento*. Campinas: Mercado das Letras, 2013, p. 17-40.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; GARNICA, Antonio Vicente Marafiotte. *Filosofia da Educação Matemática*. 4 ed. Belo Horizonte. Editora: Autêntica, 2011.

BRAUMANN, Carlos Alberto dos Santos. Divagações sobre investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem de Matemática. In: Ponte, J. P. et al. *Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 5-24.

BROCARD, Joana. *As Investigações na aula de Matemática: um projecto curricular no 8º ano*. 2001. 641 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Mini Aurélio: o dicionário da Língua Portuguesa*. 8 ed. Curitiba: Positivo, 2010.

- GADAMER, Hans-Georg. *Verdade e método*. (Trad.) Flávio Paulo Meurer. Petrópolis: Vozes, 1999.
- GRAVINA, Maria Alice. *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*. 277 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.
- HEIDEGGER, Martin. *A origem da obra de arte*. (Trad.) Maria da Conceição Costa. Lisboa: Edições 70, 2005.
- HEIDEGGER, Martin. *Ser e Tempo*. (Trad.) Marcia Sá Cavalcante Schuback. 10 ed. Petrópolis: Vozes, 2015.
- HUSSERL, Edmund. *A idéia de fenomenologia*. (Trad.) Artur Mourão. Rio de Janeiro: Edições 70, 1989.
- INWOOD, Michael. *Dicionário Heidegger*. (Trad.) Luísa Buarque de Holanda. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.
- JAPIASSÚ, Hilton; MARCONDES, Danilo. *Dicionário básico de Filosofia*. 3 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.
- KANT, Immanuel. *Crítica da razão pura*. (Trad.) Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. 5 ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.
- MACHADO, Ícaro Miguel Ibiapina; SILVA, Everaldo. Heidegger, Descartes e a metafísica matemática. *Cadernos Zygmunt Bauman*. v. 7, n. 14, p. 35-45, 2017.
- OLIVEIRA, Hélia Margarida. *Atividades de investigação na aula de Matemática: aspectos da prática do professor*. 271 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 1998.
- PALMER, Richard E. *Hermenêutica*. (Trad.) Maria Luísa Ribeiro Ferreira. Lisboa: Edições 70, 2018.
- POINCARÉ, Henri. A invenção matemática. In: Abrantes, P.; Leal, L. C.; Ponte, J. P. (Eds.). *Investigar para aprender matemática*. Lisboa: APM, 1996, P. 7-14.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. M. *Investigações Matemáticas em sala de aula*. 3 ed. São Paulo: Autêntica, 2013.
- PONTE, João Pedro; FERREIRA, Catarina; BRUNHEIRA, Lina; OLIVEIRA, Hélia Margarida; VARANDAS, José. Investigando as aulas de investigações matemáticas. In: Abrantes, P. et al (Org.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: APM, 1999, p. 133-152.
- PONTE, João Pedro; OLIVEIRA, Hélia Margarida; CUNHA, Maria Helena; SEGURADO, Maria Irene. *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.
- RAMOS, Luís Marcelo Alves. Os tipos psicológicos na Psicologia Analítica de Carl Gustav Jung e o inventário de personalidade “Myersbriggs Type Indicator (MBTI)”: contribuições para a Psicologia Educacional, Organizacional e Clínica. *Educação Temática Digital*, Campinas, v. 6, n. 2, p. 137-180, 2005.
- SINGH, Simon. *O último teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as mais brilhantes mentes do mundo durante 358 anos*. (Trad.) Jorge Luiz Calife. Rio de Janeiro: BestBolso, 2014.
- WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. A hermenêutica na pesquisa qualitativa fenomenológica: um exemplo situado na Educação Matemática. *Revista Paradigma*, v. 43, p. 158 – 177, 2022.

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. Uma hermenêutica da produção sobre Investigação Matemática no Brasil. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v. 17, n. 2, p. 173-190, 2015.

WICHNOSKI, Paulo. *Fenomenologia da Investigação Matemática na Educação Matemática*. 2021. 215 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.

WICHNOSKI, Paulo. O pesquisar-com a Fenomenologia em Filosofia da Educação Matemática. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 535-557, 2022.

WILDER, Raymond. *O papel da intuição*. (Trad.) Marcelo Papini, 1967. Disponível em: <http://www.mat036.ufba.br/WILDER.pdf>. Acesso em: 01/07/2024.

CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Autor 1 – conceituação, curadoria de dados, análise formal, investigação, metodologia, visualização, escrita (rascunho original).

Autor 2 – supervisão, validação, visualização, escrita (revisão e edição).

DECLARAÇÃO DE CONFLITO DE INTERESSE

Os autores declaram que não há conflito de interesse com o presente artigo.

Este preprint foi submetido sob as seguintes condições:

- Os autores declaram que estão cientes que são os únicos responsáveis pelo conteúdo do preprint e que o depósito no SciELO Preprints não significa nenhum compromisso de parte do SciELO, exceto sua preservação e disseminação.
- Os autores declaram que os necessários Termos de Consentimento Livre e Esclarecido de participantes ou pacientes na pesquisa foram obtidos e estão descritos no manuscrito, quando aplicável.
- Os autores declaram que a elaboração do manuscrito seguiu as normas éticas de comunicação científica.
- Os autores declaram que os dados, aplicativos e outros conteúdos subjacentes ao manuscrito estão referenciados.
- O manuscrito depositado está no formato PDF.
- Os autores declaram que a pesquisa que deu origem ao manuscrito seguiu as boas práticas éticas e que as necessárias aprovações de comitês de ética de pesquisa, quando aplicável, estão descritas no manuscrito.
- Os autores declaram que uma vez que um manuscrito é postado no servidor SciELO Preprints, o mesmo só poderá ser retirado mediante pedido à Secretaria Editorial do SciELO Preprints, que afixará um aviso de retratação no seu lugar.
- Os autores concordam que o manuscrito aprovado será disponibilizado sob licença [Creative Commons CC-BY](#).
- O autor submissor declara que as contribuições de todos os autores e declaração de conflito de interesses estão incluídas de maneira explícita e em seções específicas do manuscrito.
- Os autores declaram que o manuscrito não foi depositado e/ou disponibilizado previamente em outro servidor de preprints ou publicado em um periódico.
- Caso o manuscrito esteja em processo de avaliação ou sendo preparado para publicação mas ainda não publicado por um periódico, os autores declaram que receberam autorização do periódico para realizar este depósito.
- O autor submissor declara que todos os autores do manuscrito concordam com a submissão ao SciELO Preprints.