

Publication status: This preprint has been published elsewhere.
DOI of the published preprint: <https://doi.org/10.15359/ru.39-1.6>

Didactic suitability criteria in the practical argumentation of mathematics teachers' educators

Telesofro Sol, Carlos Ledezma, Adriana Breda, Vicenç Font

<https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.9323>

Submitted on: 2024-07-07

Posted on: 2024-08-01 (version 1)
(YYYY-MM-DD)

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

Criterios de idoneidad didáctica en la argumentación práctica de formadores de profesores de matemática

Didactic suitability criteria in the practical argumentation of mathematics teachers' educators

Telesforo Sol ¹, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-3908-880X>
Carlos Ledezma ¹, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0001-9274-7619>
Adriana Breda ^{1*}, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0002-7764-0511>
Vicenç Font ¹, Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

Resumen

[Objetivo] El objetivo fue analizar los argumentos prácticos de un grupo de formadores de profesores de matemática durante la valoración del diseño de una unidad didáctica sobre funciones para estudiantes de educación secundaria (15–16 años). **[Metodología]** Se siguió una metodología cualitativa que consistió en un estudio de caso intrínseco, donde ocho formadores de profesores de matemática, que conocían el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica, participaron en un ciclo de Estudio de Clases. En la etapa de reflexión de este ciclo, los participantes utilizaron este constructo para valorar el diseño de la unidad didáctica (planificación del profesor y dossier para los estudiantes). Los argumentos prácticos emergentes se estructuraron utilizando el modelo de Toulmin. **[Resultados]** Se destacan tres resultados: primero, la valoración de la unidad didáctica con los componentes de los Criterios de Idoneidad Didáctica permitió identificar los aspectos que favorecerían y que requerían mejoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones; segundo, estos componentes se utilizaron como datos, respaldos, y garantías en los argumentos prácticos elaborados por los participantes, debido a su conocimiento de este constructo; y tercero, los participantes utilizaron todos estos componentes para valorar la unidad didáctica y argumentaron sus propuestas de cambio basándose en tales componentes. **[Conclusiones]** El papel de los Criterios de Idoneidad Didáctica en la argumentación práctica de los participantes fue de generador de argumentos prácticos y de elemento central en la estructuración de estos argumentos. Finalmente, se proponen algunas consideraciones para futuras implementaciones de ciclos de Estudio de Clases.

Palabras clave: argumentación práctica; criterios de idoneidad didáctica; educación matemática; estudio de clases; funciones; reflexión docente.

Abstract

[Objective] The objective was to analyse the practical arguments of a group of mathematics teachers' educators during the assessment of the design of a didactic unit on functions for secondary education students (aged 15–16). **[Methodology]** A qualitative methodology was followed, which consisted of an intrinsic case study, where eight mathematics teachers' educators, who knew the Didactic Suitability Criteria construct, were involved in a Lesson Study cycle. In the reflection stage of this cycle, the participants used this construct to assess

* Autor para correspondencia

¹ Departamento de Educación Lingüística, Científica, y Matemática, Facultad de Educación, Universidad de Barcelona, Barcelona, España.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

the design of the didactic unit (teacher's plan and students' dossier). The emerging practical arguments were structured using Toulmin's model. **[Results]** Three results are highlighted: first, the assessment of the didactic unit with the components of Didactic Suitability Criteria allowed it to identify the aspects that favoured and that required improvement in the teaching and learning process of functions; second, these components were used as data, backings, and warrants in the practical arguments elaborated by the participants, due to their knowledge of this construct; and third, the participants used all these components to assess the didactic unit and argued their proposals of change based on such components. **[Conclusion]** The role played by Didactic Suitability Criteria in the participants' practical argumentation was as a generator of practical arguments and as a central element in the structuring of these arguments. Finally, some considerations for future implementations of Lesson Study cycles are proposed.

Keywords: didactic suitability criteria; functions; lesson study; mathematics education; practical argumentation; teacher reflection.

Introducción

El desarrollo de la reflexión docente sobre la práctica es un aspecto clave en la formación de profesores (Schön, 1987), pues cuando esta reflexión se hace habitual, se puede convertir en un importante mecanismo para mejorar la práctica educativa (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). No obstante, el desarrollo de esta reflexión requiere adoptar marcos conceptuales y metodológicos que permitan estructurarla y guiarla, donde una instancia conveniente es, por ejemplo, cuando se trabaja con el Estudio de Clases (Huang et al., 2019). Este enfoque se basa en que un grupo de profesores y expertos, con un interés compartido en el aprendizaje de los estudiantes, se reúnen, planifican una clase y, finalmente, examinan y discuten sus observaciones durante la implementación de dicha clase (Fernández y Yoshida, 2004; Hart et al., 2011; Lewis, 2002).

En España, en línea con otras investigaciones desarrolladas en el contexto iberoamericano, se ha combinado la metodología del Estudio de Clases con el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica (Godino, 2013). Esto se debe a que, si bien el Estudio de Clases es reconocido como una potente estrategia para el desarrollo profesional docente, aun así, se trata de una metodología muy general y con un bajo nivel teórico (Elliot, 2012). De este modo, el uso de constructos de algún modelo teórico, como los Criterios de Idoneidad Didáctica propuestos por el Enfoque Onto-Semiótico (Godino et al., 2007), son contenidos por el Estudio de Clases como un envoltorio o infraestructura, implementándose en los procesos formativos de profesores a nivel inicial y continuo (véase Font et al., 2023; Franzen, 2022; Sol, Lujambio et al., 2023; entre otros).

En estas investigaciones, donde se implementa un ciclo de Estudio de Clases y se enseña el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica, se ha puesto de manifiesto la importancia que tiene la argumentación práctica, es decir, aquella en la que se producen a) argumentos cuya conclusión es una acción que se realiza, o b) argumentos sobre acciones consideradas en la discusión, pero que no se realizan (Gómez, 2017). En un ciclo de Estudio de Clases emergen consensos en la reflexión sobre la práctica (Erbilgin y Arikan, 2021), donde los profesores justifican acciones que acuerdan realizar mediante argumentos prácticos, los cuales se respaldan en principios sobre lo que consideran es la mejor opción para mejorar dicha práctica (Hummes et al., 2022). Así, el estudio de la argumentación

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

práctica aporta herramientas para analizar cómo se alcanzan los consensos en el diálogo entre los participantes, donde se dan razones a favor y en contra para realizar o no ciertas acciones (Kinach, 2002). Por lo tanto, este tipo de estudios son un buen contexto para investigar sobre el papel que juegan los Criterios de Idoneidad Didáctica en la argumentación práctica del profesor para justificar la realización (o no) de una acción, en que primero se identifican episodios de argumentación práctica (Lewiński, 2018) en la discusión del grupo y, luego, estos episodios se analizan utilizando modelos de argumentación como referencia teórica (véase Sol et al., 2022; Sol, Breda et al., 2023; entre otros).

Por lo tanto, dada la importancia de la reflexión docente sobre la práctica y de la argumentación práctica en dicha reflexión, en este estudio se planteó la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el papel de los Criterios de Idoneidad Didáctica en la argumentación práctica de un grupo de formadores de profesores durante la valoración del diseño de una unidad didáctica sobre funciones? Para ello, se reportan los análisis de los argumentos prácticos elaborados por un grupo de formadores de profesores de matemática, quienes participaron de un ciclo de Estudio de Clases, durante la valoración – utilizando el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica – del diseño de una unidad didáctica sobre funciones para estudiantes de educación secundaria (15–16 años). Estos argumentos prácticos emergentes se estructuraron utilizando el modelo de Toulmin (1954/2003) para así caracterizar el papel de este constructo en las estructuras obtenidas de los argumentos.

Referentes Teóricos

En esta sección, se describen los referentes teóricos considerados en este estudio.

Criterios de Idoneidad Didáctica

En el Enfoque Onto-Semiótico (EOS), la noción de idoneidad didáctica se considera una herramienta esencial para valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje matemáticos (Godino, 2013), la cual corresponde al grado en que las características de estos procesos se pueden considerar como óptimas o adecuadas para lograr una superposición entre los *significados personales* alcanzados por los estudiantes (aprendizaje) y los *significados institucionales* pretendidos o implementados por un profesor (enseñanza), considerando las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (Godino et al., 2019). De este modo, dado un tema específico para enseñar en un determinado contexto educativo, la noción de idoneidad didáctica permite responder, entre otras, a la pregunta: ¿Qué cambios se deberían realizar en el diseño e implementación de un proceso de enseñanza y aprendizaje matemático para aumentar su idoneidad didáctica en el futuro? La respuesta a esta pregunta, algunas veces, incluye acciones que el profesor debe o propone hacer, las cuales forman parte del interés de este estudio.

Así, esta noción se materializa en un constructo multidimensional que consiste en seis criterios de idoneidad didáctica (CID), cuya operatividad se concretiza en componentes para cada criterio y en indicadores para cada componente. De este modo, un proceso de enseñanza y aprendizaje matemática alcanzará un alto grado de idoneidad didáctica si es capaz de articular, de manera coherente y sistemática, los seis CID, referidos a cada una de las dimensiones que intervienen en estos procesos. En este estudio, se utiliza la pauta de CID propuesta por Breda et al. (2017) que, a su vez, es una adaptación de la pauta propuesta por Godino (2013) para usar en los procesos formativos de futuros profesores de matemática de educación secundaria (por ejemplo, Ledezma et al., 2024; Sánchez et al., 2022; entre otros),

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

así como también en el caso que se reporta en esta investigación. En la Tabla 1 se presenta la descripción y los componentes de cada CID.

Tabla 1

Criterios de idoneidad didáctica y sus componentes.

Criterios	Descripción	Componentes
Epistémico	Para valorar si la matemática que se enseña es una <i>matemática de buena calidad</i> .	<ul style="list-style-type: none"> – Errores. – Ambigüedades. – Riqueza de procesos. – Representatividad de la complejidad del objeto matemático.
Cognitivo	Para valorar, antes de iniciar el proceso de enseñanza y aprendizaje, si el tema a enseñar está adaptado a lo que los estudiantes ya saben y, después de este proceso, si el aprendizaje alcanzado está cerca de lo que se pretendía.	<ul style="list-style-type: none"> – Conocimientos previos. – Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales. – Aprendizaje – Alta demanda cognitiva.
Interaccional	Para valorar si la interacción resuelve las dudas o dificultades de los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> – Interacción docente-discente. – Interacción entre discentes. – Autonomía. – Evaluación formativa.
Mediacional	Para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales usados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> – Recursos materiales. – Número de estudiantes, horario y condiciones de aula. – Tiempo.
Afectivo	Para valorar el involucramiento de los estudiantes (intereses y motivación) durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> – Intereses y necesidades. – Actitudes. – Emociones.
Ecológico	Para valorar la adaptación del proceso de enseñanza y aprendizaje al proyecto educativo escolar, las directrices curriculares, y las condiciones del entorno social y profesional, etc.	<ul style="list-style-type: none"> – Adaptación al currículo. – Conexiones intra- e interdisciplinarias. – Utilidad sociolaboral. – Innovación didáctica.

Nota. Adaptado desde Ledezma et al. (2024, p. 7).

Breda et al. (2017) presentan rúbricas con indicadores para cada uno de los componentes de la Tabla 1 como, por ejemplo, los indicadores de los componentes del criterio epistémico que se presentan en la Tabla 2.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

Tabla 2

Componentes del criterio epistémico y sus indicadores.

Componentes	Indicadores
Errores	– No se observan prácticas que se consideren no válidas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	– No se observan ambigüedades que puedan llevar a confusión a los estudiantes; definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, y demostraciones al nivel educativo al que se dirigen; uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	–La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad del objeto matemático	– Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar teniendo en cuenta el nivel educativo. – Para uno o varios significados parciales, se ofrece una muestra representativa de problemas. – Para uno o varios significados parciales, se usan diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...) y conversiones entre los mismos.

Nota. Adaptado desde Breda et al. (2017, p. 1903, traducción de los autores).

Los CID representan una pauta (con criterios, componentes, e indicadores) que se desarrolló considerando las tendencias contemporáneas en la enseñanza de la matemática, los principios del National Council de Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), y los hallazgos de la investigación en Didáctica de la Matemática que son ampliamente aceptados por la comunidad profesional (Breda et al., 2018). Por ejemplo, el criterio *epistémico* considera el siguiente hallazgo: los objetos matemáticos emergen de las prácticas matemáticas, lo que conlleva su complejidad (véase Font et al., 2013). A partir de este hallazgo, se deriva el componente *Representatividad de la complejidad del objeto matemático* e implica guiar a los profesores para que consideren la complejidad matemática de la noción a enseñar cuando diseñen secuencias didácticas.

Argumentación Práctica

La argumentación práctica es definida por Lewiński (2018) como “la argumentación destinada a decidir un curso de acción” (p. 219, traducción de los autores) y, de manera similar, Gómez (2017) la entiende como aquello que sucede en contextos sociales y que se orienta hacia escoger una acción para resolver un problema práctico. La argumentación práctica emerge de las prácticas didácticas, generando acciones planificadas o ejecutadas en el aula, y permite responder preguntas como ‘¿cómo justifica *a* la elección de la acción *b* ante una situación *c*?’’, donde *a* es el nombre o la descripción de un agente, *b* es la acción, y *c* es la descripción de una situación problemática donde puede haber varias opciones posibles para realizar. Lewiński (2018) y Gómez (2017) coinciden en que debe de existir la elección

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

de una acción y la argumentación explícita o implícita para esta elección, lo cual no sucede cuando sólo se afirma si algo es verdadero o falso (como en la argumentación matemática).

El modelo de Toulmin (1954/2003), aunque no fue pensado específicamente para el análisis de la argumentación práctica, también se puede aplicar a este tipo de argumentación. De acuerdo con este autor, un argumento se compone de los siguientes elementos:

- Premisas: Enunciados que se buscan validar.
- Datos: Información en la cual se basa la premisa o conclusión.
- Garantías: Proposiciones (reglas, principios, o enunciados) que permiten realizar inferencias y que conectan los datos con la premisa.
- Refutaciones: Circunstancias en las que la garantía es inválida.
- Calificadores modales: Enunciados que indican el grado de fuerza de la garantía en la relación entre datos y premisa, con palabras como ‘necesariamente’, ‘probablemente’, ‘generalmente’, ‘casi’, ‘quizás’, etc.
- Respaldos: Justificaciones que respaldan las garantías. Estos respaldos pueden ser: 1) conocimiento generado mediante la propia práctica docente, lo cual Fenstermacher y Richardson (1993) llaman *premisa empírica* o 2) conocimiento científico, lo cual Fenstermacher y Richardson (1993) llaman *premisa estipulativa*.

Metodología

En este estudio, se siguió una metodología de investigación cualitativa desde un paradigma interpretativo (Cohen et al., 2018), que consiste en un estudio de caso intrínseco (Stake, 2005), donde se analizaron los episodios de argumentación práctica de un grupo de formadores de profesores de matemática durante un ciclo de Estudio de Clases (EC).

Contexto de la Investigación y Participantes

Esta investigación se desarrolló en el contexto de un ciclo de EC, donde uno de sus objetivos fue identificar evidencias del uso de los CID en la argumentación práctica de los participantes. Si bien existen diferentes modelos para el enfoque EC, todos incluyen las siguientes etapas, las cuales se siguieron – con ligeras modificaciones – en esta investigación (Hurd y Lewis, 2011; Lim-Ratnam, 2013):

- Definición del problema, elección de un contenido matemático, estudio de su abordaje curricular, y establecimiento de los objetivos de aprendizaje.
- Planificación de la clase.
- Implementación y observación de la clase, registrando el impacto de la planificación sobre el aprendizaje de los estudiantes y recolectando datos mediante la observación.
- Reflexión conjunta sobre los datos registrados.

En este ciclo de EC, el contenido matemático elegido fue el de funciones para estudiantes de cuarto año de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) (15–16 años), y el abordaje curricular se basó en las directrices del Departamento de Educación de Cataluña (España). Los participantes de este ciclo de EC fueron ocho formadores de profesores de matemática y su composición (incluidas sus iniciales) fue la siguiente:

- Tres profesores universitarios a tiempo completo expertos en los CID (AB, GS, VF).
- Una profesora visitante experta en EC (AR).
- Tres estudiantes de doctorado/profesores asociados (AC, NI, TS).
- Una profesora asociada/profesora de matemática de ESO (AS).

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

Todos los participantes ya estaban familiarizados con el uso de los CID antes de iniciar el ciclo de EC; además, con excepción de la profesora visitante, todos se encontraban vinculados al Departamento de Educación Lingüística, Científica, y Matemática de la Universidad de Barcelona (España); la experiencia en docencia de la matemática de los participantes fluctuaba entre algunos meses y los 25 años; y cuatro de ellos ya habían participado previamente en otros ciclos de EC.

Este ciclo se implementó durante el periodo octubre/2022 – marzo/2023 y constó de 17 sesiones, con una duración aproximada de dos horas cada una. Si bien todas las sesiones del ciclo de EC se desarrollaron de manera presencial, igualmente, se decidió grabarlas mediante la plataforma Microsoft Teams® proporcionada por la universidad. En esta plataforma, todos los participantes se conectaron a una reunión y, de este modo, se registraron sus intervenciones como videgrabaciones. Todos los formadores de profesores participaron voluntariamente en este ciclo de EC y en esta investigación, previo consentimiento informado por parte de los autores.

Diseño y Valoración de la Unidad Didáctica

La unidad didáctica (UD) se diseñó para implementarse en un instituto de educación secundaria de la provincia de Barcelona (España), con estudiantes de cuarto año de ESO (15–16 años), a cargo de la profesora AS (participante del ciclo de EC). De este modo, durante la primera etapa del ciclo de EC, se planificó conjuntamente la UD, estructurándola en cuatro sesiones, de una hora cada una, destinadas a implementarse en una semana, como se muestra a continuación:

- Sesión 1: Repaso de los conocimientos previos de los estudiantes.
- Sesión 2: Definición del concepto de función.
- Sesión 3: Características de las funciones.
- Sesión 4: Actividad de experimentación y cierre.

Los contenidos para trabajar fueron la definición de función, variable dependiente e independiente, dominio y recorrido, tratamiento y conversión entre representaciones de una función, crecimiento y decrecimiento, etc. Todo lo anterior, se encontraba supeditado por los objetivos de aprendizaje planteados por las directrices curriculares del Departamento de Educación de Cataluña (España).

Junto con la UD antes descrita, también se diseñó un dossier para los estudiantes que incluyó una actividad inicial, enfocada en revisar los conocimientos previos de los estudiantes mediante la ubicación de puntos en el plano cartesiano (ver Figura 1), y nueve actividades para trabajar durante las sesiones.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

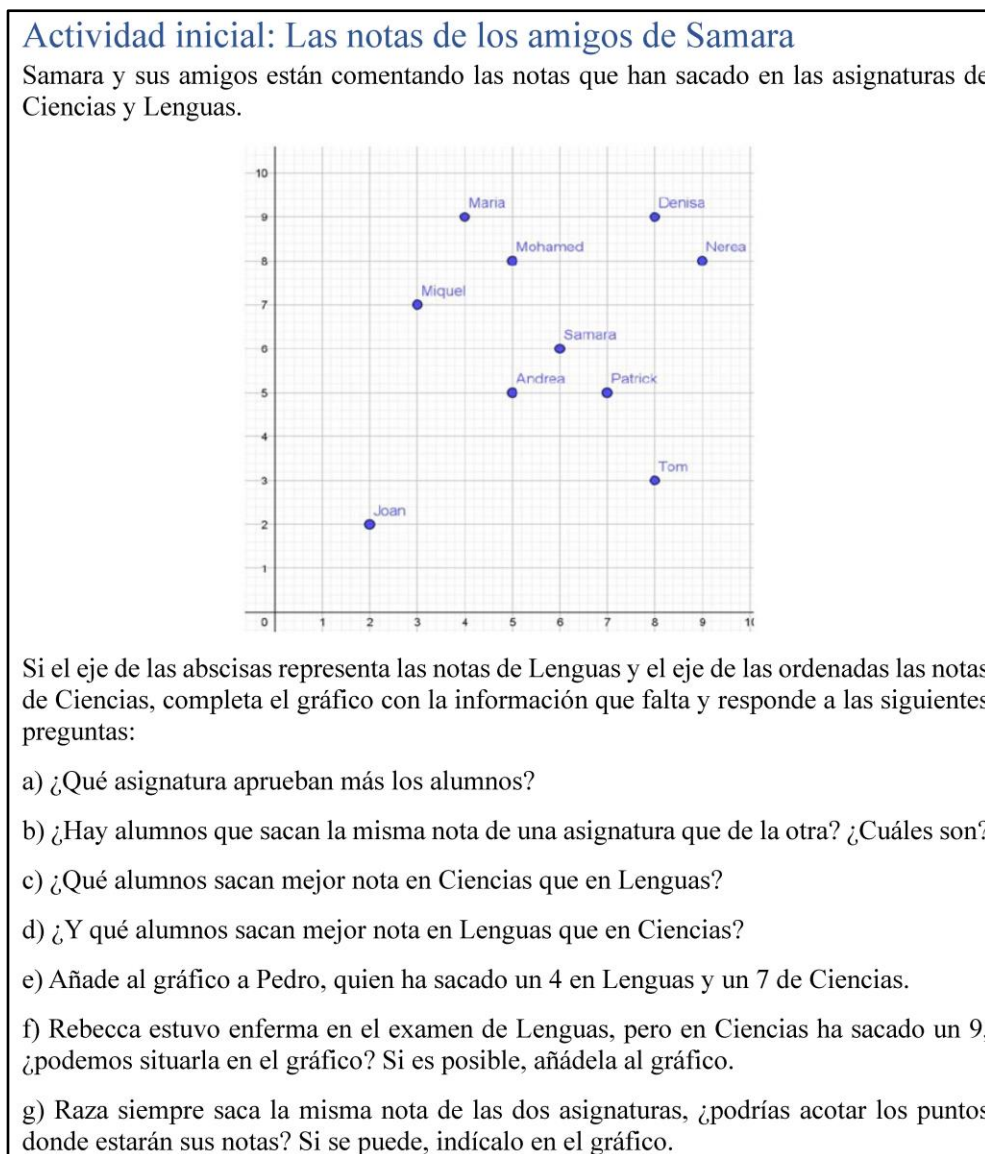


Figura 1. *Actividad inicial de la UD*. Elaboración del grupo de EC.

En este artículo, se reporta la valoración realizada por los participantes, utilizando el constructo CID, del diseño de la UD antes descrita. Este diseño incluyó la planificación de la profesora y las actividades del dossier para los estudiantes, cuya valoración se realizó durante dos sesiones del ciclo de EC (15 y 16), como se detalla a continuación (Breda et al., 2023, p. 195):

- Sesión 15: Valoración de la UD utilizando los componentes e indicadores de los criterios *epistémico* y *cognitivo*.
- Sesión 16: Valoración de la UD utilizando los componentes e indicadores de los criterios *interaccional*, *mediacional*, *afectivo*, y *ecológico*.

Para la valoración de la UD, se pidió a los participantes que, previo a la sesión 15, la valoraran individualmente utilizando los criterios y componentes de los CID. Así, durante las sesiones 15 y 16, cada participante presentó sus valoraciones de la UD y los demás las comentaron, expresando su acuerdo o desacuerdo y, de ser necesario, añadiendo información

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

adicional. Para ello, se elaboró una tabla en la cual se escribió la valoración consensuada por todos los participantes del ciclo de EC, según la siguiente estructura: las primeras dos columnas incluyeron los criterios y componentes de los CID, respectivamente; en la tercera columna, se indicaron los elementos que favorecían la idoneidad didáctica de la UD; en la cuarta columna, los elementos que la disminuían; y en la última columna, se propusieron elementos para mejorar la idoneidad didáctica de la UD. En la Tabla 3, se presenta como ejemplo un fragmento de la valoración consensuada con los componentes del criterio *mediacional*.

Tabla 3

Fragmento de la valoración consensuada de la UD.

Componentes	Elementos que favorecen la idoneidad didáctica	Elementos que disminuyen la idoneidad didáctica	Propuestas de mejora para la UD
Recursos materiales	Durante la etapa de diseño, se realizó una sesión para revisar los recursos utilizados. (GeoGebra para graficar puntos, uso de calculadora, interMatia, muelles, etc.).	No se identifican elementos que disminuyen el grado de idoneidad de este componente.	La valoración de este componente es positiva y no se proponen cambios.
Número de estudiantes, horario y condiciones de aula	En el diseño, se consideró que el número de estudiantes, las condiciones del aula y el horario eran adecuados. También, la participante AS hizo una descripción del contexto.	Se sabe que la clase es después del descanso de los estudiantes y que se invierte entre 5 y 10 minutos de la clase para que los estudiantes se sienten.	La valoración de este componente es positiva y no se proponen cambios.
Tiempo	La UD se distribuye en cuatro sesiones. El tiempo no tiene una distribución más allá de estas sesiones y se dedica exclusivamente al tema de función.	No se observa una asignación de tiempo aproximado para las actividades; tampoco, una distribución aproximada de las sesiones en inicio-desarrollo-cierre.	Para aprovechar mejor el tiempo en el aula, se deben asignar tiempos aproximados a las actividades que se realizarán en cada sesión y estructurar las sesiones en inicio-desarrollo-cierre, aunque los tiempos no se vayan a cumplir en la implementación.

Nota. Elaborado por el grupo de EC.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

Análisis de Datos

El análisis de los datos se desarrolló considerando las videograbaciones de las dos sesiones de valoración (15 y 16) del diseño de la UD. Para ello, se transcribieron los diálogos de estas videograbaciones y se dividieron en segmentos; cada segmento correspondió a las valoraciones de la UD que hicieron los participantes del ciclo de EC a partir de cada uno de los componentes de los CID (ver Tabla 1). De este modo, se generaron 22 segmentos entre las dos videograbaciones. Luego, en cada uno de estos segmentos, se identificaron los episodios de argumentación práctica donde los participantes propusieron acciones para aumentar el grado de idoneidad de la UD con respecto al componente en el que se basaba dicho segmento. Los argumentos prácticos de otro tipo, como aquéllos relacionados con decidir cómo realizar la valoración de la UD, no fueron considerados. De este modo, se identificaron ocho argumentos prácticos en los 22 segmentos.

La identificación y el análisis de los argumentos prácticos se realizó a partir del siguiente procedimiento:

- Primero, se buscaron los argumentos prácticos en la discusión, donde se identificaron el dato, la garantía, y la premisa de estos argumentos. Para ello, se tuvo en cuenta la presencia de palabras como, por ejemplo, ‘por lo tanto’, ‘entonces’, ‘si’, ‘a menos que’, entre otras, que indicaran la existencia de argumentos. Además, la premisa debía incluir la sugerencia de una acción como, por ejemplo, qué cambios hacer en la UD, alguna recomendación para la profesora durante la clase, o cómo actuar con los estudiantes ante una determinada situación.
- Segundo, estos argumentos prácticos se estructuraron según el modelo de Toulmin de la siguiente manera: en la discusión, se identificó el dato (algo que se puede mejorar de la UD o alguna información del contexto) y la premisa (acción que se propone para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje); luego, se planteó una garantía (muchas veces, implícita en el discurso) con sus calificadores modales (palabras como ‘posiblemente’, ‘seguramente’, o ‘quizás’); después, se buscaron los respaldos para esta garantía; y finalmente, se buscaron las refutaciones.
- Tercero, cada argumento se analizó para establecer su relación con los CID, pues algunos argumentos generados en la valoración del componente de un determinado criterio evocaron otros componentes que no pertenecían, necesariamente, al mismo criterio que se estaba valorando.

Tomando como ejemplo el fragmento de diálogo presentado y analizado en la siguiente sección, se acordó que la intervención de VF en la línea 04 daba cuenta de un argumento práctico al identificar una acción para modificar el dossier de los estudiantes, siendo esta acción la premisa del argumento práctico: cambiar el texto donde se define el sistema cartesiano por el texto donde se da un procedimiento para dibujar el sistema cartesiano. Para llegar a esta premisa, los datos se obtuvieron de la línea 01, cuando NI identificó una ambigüedad en el dossier para los estudiantes (dato 1) y consideró que se debió haber puesto otro ejemplo (dato 2), y de la línea 02, cuando VF dijo que faltaba en el dossier la palabra ‘normalmente’ o ‘habitualmente’ cuando se definía el sistema de coordenadas cartesianas (dato 3). Para proponer la garantía de este argumento, se tuvo en cuenta que la propuesta de modificar el texto donde se define el sistema cartesiano tuvo por objetivo evitar la ambigüedad identificada; por lo tanto, la garantía que se propuso fue: ‘Debemos intentar controlar la ambigüedad’. Para esta garantía, se identificaron dos respaldos: 1) la experiencia

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

del participante VF, que es una *premisa empírica*, y 2) la valoración dentro del componente *Ambigüedades* del criterio *epistémico*, que es una *premisa estipulativa*.

Análisis y Resultados

En esta sección, se presentan y analizan las valoraciones de la UD realizadas por los participantes del ciclo de EC utilizando los componentes de los CID. Para ello, en cada subsección, se presentan los argumentos prácticos identificados en el diálogo de los participantes y se estructuran utilizando el modelo de Toulmin. Por cuestiones de espacio, sólo se presenta un extracto del diálogo para el primer argumento práctico identificado en la valoración de la UD con el componente *Ambigüedades* del criterio *epistémico* y, para las valoraciones con los demás componentes, sólo se describe y muestra la estructura del argumento práctico identificado.

Valoración de la UD con los componentes del criterio epistémico

La valoración con el componente *Errores* fue positiva pues, al revisar el contenido matemático, los participantes comentaron que no encontraron errores. Un participante comentó “están bien cuidados los errores” y los demás estuvieron de acuerdo. Al ser el primer componente con el que se valoró la UD, los participantes acordaron sobre cómo utilizar los CID para desarrollar esta valoración.

La valoración con el componente *Ambigüedades* también fue positiva. Si bien un participante comentó “en la planificación, procuramos evitar ambigüedades”, sólo identificaron una ambigüedad en la UD, ante lo cual propusieron una modificación para evitarla. La ambigüedad que los participantes observaron tuvo relación con la identificación de los ejes de coordenadas con un eje horizontal y vertical, y la propuesta para evitarla fue cambiar la definición del sistema de ejes de coordenadas en la UD por la descripción del procedimiento para dibujar un sistema de ejes de coordenadas (véase Sol et al., en prensa-a). A continuación, se presenta un extracto del diálogo donde los participantes, mientras valoraban la UD con el componente *Ambigüedades*, identificaron la ambigüedad antes descrita y propusieron una acción para controlarla.

01. NI: Quizás, sí que hemos cometido una ambigüedad, porque en el texto [*dosier para los estudiantes*] dice “el sistema de coordenadas cartesianas está formado por dos ejes perpendiculares entre sí formando un plano, el plano XY. El eje de abscisas es el eje horizontal [...]” que, igual, hace referencia al gráfico [*que está en el dosier*], pero, entonces, yo creo que deberíamos haber puesto, al menos, otro [*gráfico*] en el que los ejes no sean horizontal y vertical. O sea, que no coincida para que [*los estudiantes*] puedan visualizar, al menos, un caso en que la perpendicularidad no sea de esta forma. [...]. Yo pondría “normalmente”, como en esta figura, pero yo sí que, de alguna manera, y más en el dosier [*para los estudiantes*] que está por escrito, diría que hay posibilidad de que no sea así, sólo por si algún día, de mayores, [*los estudiantes*] se lo miran.
02. VF: Sí, pero no veo problema que diga vertical y horizontal, puedes poner “normalmente” o “habitualmente”, lo que noto a faltar, porque también luego todos van a ser horizontales y todos van a ser verticales, simplemente es esto. Creo que hemos hecho una discusión interesante con estos matices. Entonces,

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

podríamos refinar un poco el texto, en el rediseño, podemos refinar este texto, [el sistema cartesiano de ejes de coordenadas] está formado por dos ejes perpendiculares formando un plano. El eje de abscisas es normalmente el eje horizontal, o algo así.

03. AB: Sí y, por ejemplo, en el documento anterior, estaba escrito “el procedimiento para dibujar un sistema de ejes cartesiano”, no se definía el sistema de ejes cartesiano, se proponía un procedimiento para dibujar el sistema de ejes cartesianos y que había que tener varios pasos [...].
04. VF: Bueno, entonces, una conclusión sería cambiar el texto que hay por este texto [el del procedimiento para construir un sistema de coordenadas].

En la Figura 2, se presenta la estructura del argumento práctico obtenido del diálogo anterior.

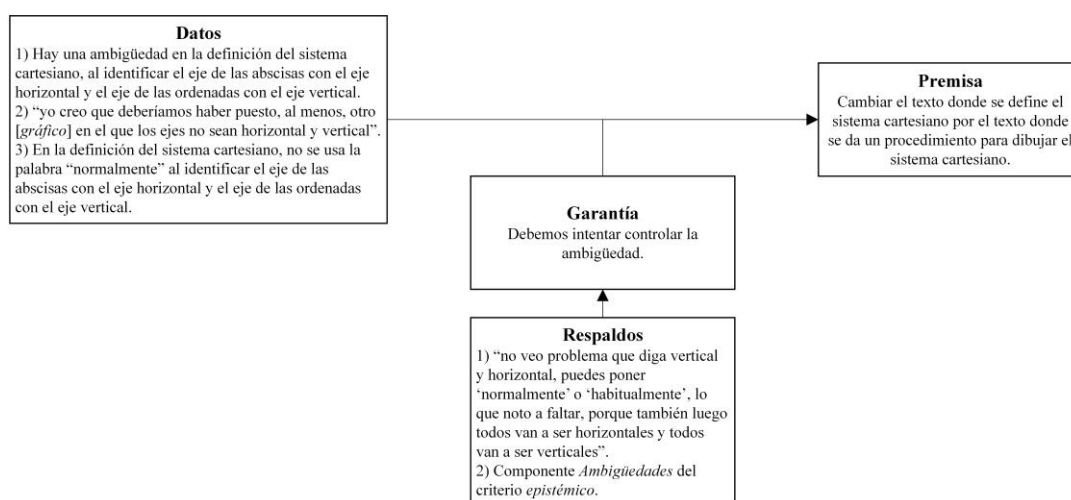


Figura 2. Argumento práctico en la valoración con el componente *Ambigüedades*. Elaboración de los autores.

Con relación al argumento práctico de la Figura 2, el respaldo 1 es de tipo *experiencial* (*premisa empírica*) y el respaldo 2 es de tipo *conocimiento* (*premisa estipulativa*) que se aplica de dos formas: primero, para generar el dato 1, identificando una ambigüedad, y segundo, para generar la garantía del tipo *se debe hacer*. De lo anterior, se tiene que el componente *Ambigüedades* tiene tres funciones en este argumento: la primera es que se utiliza como respaldo de tipo conocimiento, la segunda es que se utiliza para identificar un dato, y la tercera es que se genera una garantía específica para proponer una acción en la premisa.

Durante la valoración con el componente *Ambigüedades*, los participantes también hicieron otros comentarios como, por ejemplo, las ambigüedades generadas por los enunciados de las tareas. Uno de los participantes afirmó: “Todos los enunciados tienen una cierta imprecisión porque, si no quieres que sea impreciso, vas a tener que hacer un enunciado larguísimo”, con la finalidad de señalar que es difícil evitar las ambigüedades en los enunciados de las tareas. Otro participante argumentó a favor de plantear tareas abiertas con una cierta imprecisión para facilitar la realización de procesos matemáticos relevantes. En

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

este diálogo, se observó que los participantes interpretaron de manera diferente la noción de ambigüedad, pero la discusión no continuó en esta dirección.

En la valoración con el componente *Riqueza de procesos*, los participantes comentaron algunos elementos de los ejercicios propuestos en la UD que favorecieron el grado de idoneidad de este componente, como la argumentación, la contextualización, y las conversiones y el tratamiento de representaciones. Entre los comentarios de los participantes, se destacan los siguientes: “hay un nivel razonable de procesos”, “la riqueza de procesos, si la tuviera que valorar sobre diez, no pasaría de siete”, y “el nivel de riqueza de procesos es suficiente”. Considerando que la valoración de la idoneidad de este componente no fue alta, un participante planteó la posibilidad hacer una modificación para un rediseño de la UD, a partir de la cual se estructuró el argumento práctico que se presenta en la Figura 3.

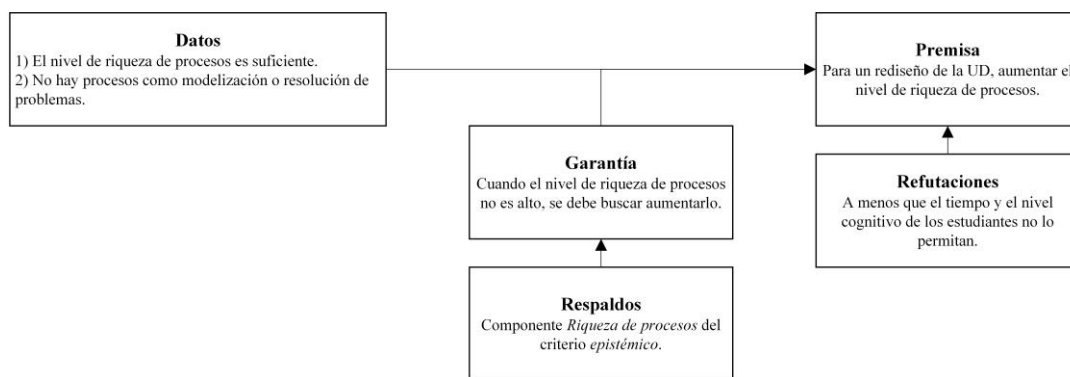


Figura 3. Argumento práctico en la valoración con el componente *Riqueza de procesos*. Elaboración de los autores.

En la refutación del argumento de la Figura 3, se puede observar cómo los componentes *Tiempo* y *Alta demanda cognitiva* de los criterios *mediacional* y *cognitivo*, respectivamente, restringen el grado de idoneidad del componente *Riqueza de procesos*. Esto se debe a que los CID se plantean como criterios dependientes e interrelacionados.

En la valoración con el componente *Representatividad de la complejidad del objeto matemático*, los participantes comentaron que este componente se cuidó en el diseño de la UD, al considerar aspectos como los diferentes significados de una función (relación entre magnitudes, relación entre variables, y subconjunto del producto cartesiano) y la buena representatividad en las representaciones de una función (lenguaje natural, simbólico, tabular, gráfico). Entre los comentarios de los participantes, se destacan los siguientes: “ésta sí que la cuidamos un poco, tuvimos en cuenta los diferentes significados que puede tener una función” y “también, cuidamos tener una representatividad de las representaciones”. Dado que los participantes acordaron rápidamente una buena valoración para este componente, concluyeron que no era necesario realizar modificaciones en la UD con relación a este componente.

Valoración de la UD con los componentes del criterio cognitivo

En la valoración con el componente *Conocimientos previos*, los participantes se refirieron a tareas desarrolladas durante la segunda fase del ciclo de EC (diseño de la UD), como la reflexión realizada durante dos sesiones sobre los temas que ya se les habían enseñado a los estudiantes en clases anteriores y la elaboración de un cuestionario para

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

realizar una evaluación diagnóstica de los conocimientos previos de los estudiantes en la primera sesión de la UD. Entre los comentarios de los participantes, se destacan los siguientes: “la actividad inicial sirve para revisar los conocimientos previos de una manera adecuada” y “los hemos cuidado bastante”. Dado que los participantes acordaron rápidamente una buena valoración para este componente, concluyeron que no era necesario realizar modificaciones en la UD con relación a este componente, en particular, en el cuestionario previamente diseñado.

En la valoración con el componente *Adaptación curricular a las diferencias individuales*, una participante comentó que había una pregunta de ampliación en una actividad, ante lo cual, otro participante dijo que eso no era suficiente para afirmar que se hizo un tratamiento a la diversidad. Otros participantes comentaron que el tratamiento a la diversidad estaba dado por las características del grupo, ya que algunos de los estudiantes estaban en aulas de acogida y otros en grupos de refuerzo de matemática. Por lo tanto, los participantes concluyeron que no era necesario realizar modificaciones en la UD para mejorar el tratamiento a la diversidad, pero sí que podían hacerlas en la organización de los grupos de estudiantes para que su composición fuese heterogénea, atendiendo al máximo posible la diversidad presente en el aula (entre otros, género, perfil y actitud de los estudiantes). A partir de la reflexión anterior, surgió una propuesta para el tratamiento a la diversidad, la cual se estructuró en el argumento práctico de la Figura 4.

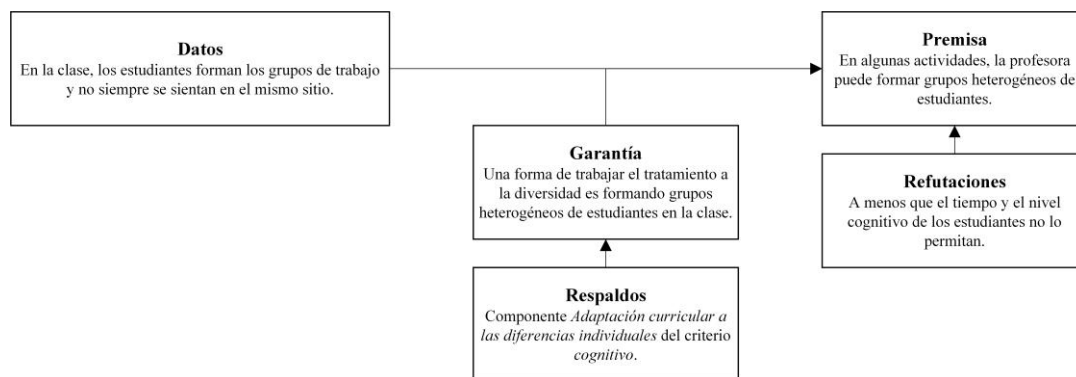


Figura 4. *Argumento práctico en la valoración con el componente Adaptación curricular a las diferencias individuales.* Elaboración de los autores.

En la valoración con el componente *Aprendizaje*, un participante comentó “se tienen bastantes elementos para ir valorando el aprendizaje de los estudiantes”. Así, los participantes concluyeron que el diseño de la UD permitía tener evidencias del aprendizaje de los estudiantes durante su implementación, como las tareas con rúbrica de evaluación, el cuestionario de conocimientos previos, y el acceso a la aplicación interMatia (<https://www.intermatia.com>) para que los estudiantes resolvieran ejercicios de manera interactiva.

En la valoración con el componente *Alta demanda cognitiva*, los participantes comentaron que, si bien las tareas exigían una demanda cognitiva elevada, no se exigía a un nivel máximo, al no desarrollarse generalizaciones ni procesos metacognitivos en la mayoría de las tareas. Dado que los participantes valoraron que la demanda cognitiva de la UD era razonable para este grupo de estudiantes, pues algunas tareas promovieron la deducción de

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

una fórmula y otras el establecimiento de conjeturas, concluyeron que no era necesario realizar modificaciones en la UD con relación a este componente.

Valoración de la UD con los componentes del criterio interaccional

En la valoración con el componente *Interacción docente-discente*, una participante comentó que la UD se diseñó para que los estudiantes trabajaran en equipo y que la profesora los invitara a opinar. Además, los participantes se refirieron a que, durante la segunda fase del ciclo de EC (diseño de la UD), la participante AS, quien había trabajado con los estudiantes, describió el contexto de la clase donde uno de los aspectos contemplados fue la interacción entre profesora y estudiantes.

En la valoración con el componente *Interacción entre discentes*, un participante comentó que en la UD se buscó fomentar el diálogo entre los estudiantes a través de actividades diseñadas para el trabajo en equipo. Además, los participantes se refirieron a que, como ya conocían el contexto de la clase, la participante AS mencionó que los estudiantes solían discutir las actividades entre ellos.

En la valoración con el componente *Autonomía*, una participante comentó que este componente se tuvo en cuenta al diseñar las actividades para que fuesen dirigidas por la profesora en lugar de no guiadas, porque sabían de la poca autonomía de los estudiantes.

En la valoración con el componente *Evaluación formativa*, los participantes comentaron que la UD incluye diferentes elementos que permitieron evaluar el aprendizaje de los estudiantes, como hojas de trabajo para las actividades de los estudiantes y preguntas planteadas por la profesora.

Valoración de la UD con los componentes del criterio mediacional

En la valoración con el componente *Recursos materiales*, un participante comentó que, al finalizar el diseño de la UD, se realizó una sesión para revisar los recursos considerados (GeoGebra, calculadora, interMatia, muelles, etc.). Este comentario, se interpreta como una valoración positiva para este componente.

En la valoración con el componente *Número de estudiantes, horario y condiciones de aula*, los participantes comentaron que los tres aspectos de este componente se tuvieron en cuenta durante el diseño de la UD. La participante AS, que conocía al grupo de estudiantes, explicó estos aspectos cuando contextualizó el curso, mencionando que la clase de matemática era después del descanso de los estudiantes y que esto provocaba una pérdida de tiempo al inicio, pues se debía esperar a que los estudiantes se sentaran.

En la valoración con el componente *Tiempo*, algunos participantes comentaron que no hubo una distribución del tiempo de la clase durante la etapa de diseño de la UD. Si bien se consideró distribuir cada sesión en inicio-desarrollo-cierre con un tiempo aproximado para cada parte, esta distribución no se llevó a cabo. A partir de la reflexión anterior, surgió una propuesta para ajustar los tiempos, la cual se estructuró en el argumento práctico de la Figura 5.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

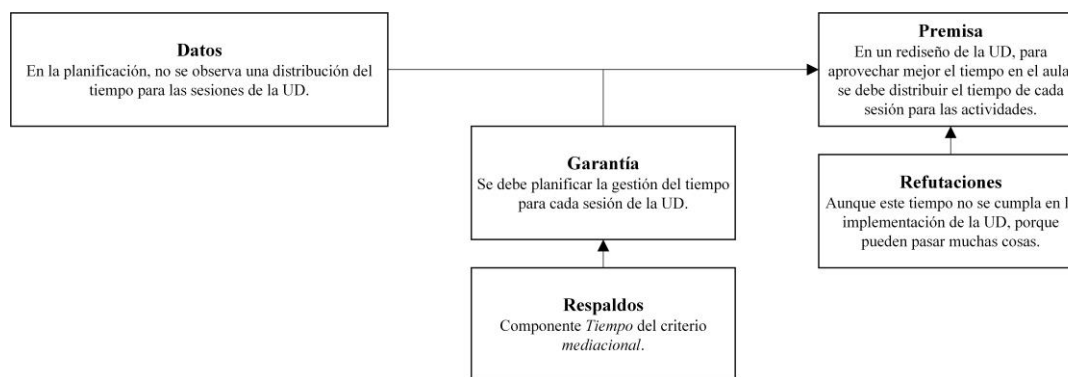


Figura 5. *Argumento práctico en la valoración con el componente Tiempo.* Elaboración de los autores.

Valoración de la UD con los componentes del criterio afectivo

En la valoración con el componente *Intereses y necesidades*, los participantes comentaron aspectos como que se dio importancia a presentar ejercicios contextualizados en la UD, que los ejercicios diseñados fueron resueltos antes de presentarse a los estudiantes, y que se supuso que serían interesantes para ellos. Además, los participantes recordaron que este componente se discutió en detalle durante la fase de diseño de la UD. Finalmente, los participantes comentaron que, un elemento que posibilitó alcanzar un alto grado de idoneidad didáctica en este componente fue que las actividades se diseñaron teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, como se explicó en la valoración de este componente en subsecciones anteriores.

En la valoración con el componente *Actitudes*, un participante comentó que las actividades de la UD buscaron favorecer la argumentación y la reflexión de los estudiantes.

En la valoración con el componente *Emociones*, un participante comentó que las actividades contemplaban ejercicios que los estudiantes pudieran resolver para que no sintieran superados, esto con el objetivo de evitar el rechazo a la matemática.

Valoración de la UD con los componentes del criterio ecológico

En la valoración con el componente *Adaptación al currículo*, un participante comentó que este aspecto fue claro y que hubo un análisis profundo de las competencias del nuevo currículum de ESO. Para ello, los participantes realizaron sesiones donde analizaron todas las competencias y las relacionaron con las actividades del material para los estudiantes. Dado que los participantes acordaron rápidamente una buena valoración para este componente, concluyeron que no era necesario realizar modificaciones en la UD con relación a este componente.

En la valoración con el componente *Conexiones intra e interdisciplinarias*, un participante comentó que se hicieron pocas conexiones, señalando que hubo una con la vida cotidiana de los estudiantes, alguna con la física, y una conexión muy débil con otros conocimientos matemáticos. También, mencionó que, si bien las conexiones extra-matemáticas sí se trabajaron, las intra-matemáticas fueron muy pocas (relaciones entre las diferentes representaciones de una función) y de escasa profundidad. A pesar de esta valoración, los participantes no hicieron propuestas de cambios para la UD en este componente.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

En la valoración con el componente *Utilidad sociolaboral*, un participante comentó que este aspecto estuvo contemplado porque los contenidos de matemática en la ESO son útiles para cualquier individuo, pero que para esta UD no hubo un especial énfasis en dicha utilidad. Además, otra participante comentó que el contexto fue una excusa para trabajar el contenido de funciones. Por último, otro participante comentó que, durante el diseño de la UD, habían atribuido más importancia a introducir la complejidad de las funciones para trabajar el componente *Representatividad de la complejidad del objeto matemático*, razón por la cual no se profundizó en otros componentes como el de *Utilidad sociolaboral*. A pesar de esta valoración, los participantes no hicieron propuestas de cambios para la UD en este componente.

En la valoración con el componente *Innovación didáctica*, los participantes comentaron que este aspecto se abordó, fundamentalmente, porque la UD se desarrolló en un ciclo de EC y hubo un intento de adaptarla a las competencias del nuevo currículo. A partir de la reflexión anterior, surgió una propuesta para trabajar con mayor profundidad las competencias del nuevo currículo, la cual se estructuró en el argumento práctico de la Figura 6.

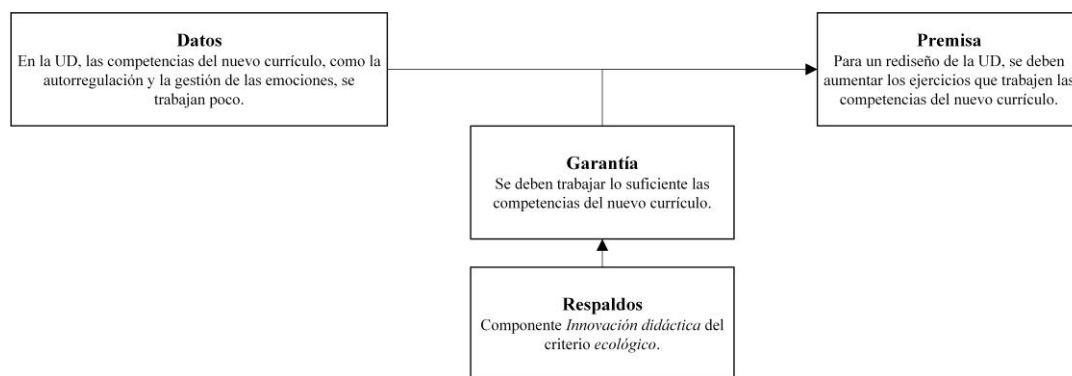


Figura 6. *Argumento práctico en la valoración con el componente Innovación didáctica.* Elaboración de los autores.

Discusión y Conclusiones

Este artículo se centró en el análisis de los argumentos prácticos elaborados por un grupo de formadores de profesores de matemática, quienes participaron de un ciclo de EC, durante la valoración – utilizando el constructo CID – del diseño de una UD sobre funciones para estudiantes de educación secundaria. En particular, se identificaron los argumentos prácticos emergente de la valoración de la UD con cada componente de los CID, y luego se estructuraron utilizando el modelo de Toulmin (1954/2003) para así caracterizar el papel de los CID en las estructuras obtenidas de los argumentos.

El primer resultado para destacar de este estudio se relacionó con la valoración de la UD guiada por los componentes de los CID. Dicha valoración, no sólo permitió identificar los aspectos que favorecerían el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en el nivel de ESO, sino también, aquéllos que requerían mejoras. Cuando los participantes valoraron la UD con los componentes de los CID e identificaron posibles aspectos para mejorar, buscando aumentar la idoneidad didáctica de la UD, formularon argumentos prácticos para proponer dichos cambios. Este aspecto puede explicarse porque los CID y sus respectivos componentes, constructos para orientar la reflexión sobre la práctica docente (Breda et al.,

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

2017; 2018), fueron el punto de partida y el elemento direccionador de la práctica reflexiva del grupo de formadores de profesores participantes del estudio. Así, el uso de los CID atiende a la demanda planteada por Burgos y Castillo (2021) sobre la necesidad de que la formación docente aporte herramientas para la valoración y el análisis crítico de los recursos educativos, lo cual se manifestó cuando estas autoras identificaron en su estudio que algunas de valoraciones de futuros profesores de educación primaria participantes en su estudio eran imprecisas o ambiguas.

El segundo resultado para destacar de este estudio se relacionó con la incidencia de los CID en la estructura de los argumentos prácticos según el modelo de Toulmin. En primer lugar, los componentes de los CID se utilizaron para identificar elementos de la UD que funcionaron como *datos* en los argumentos; en segundo lugar, se utilizaron como *respaldos* ya que, en el contexto de esta investigación, los participantes conocían los CID y sus componentes en profundidad; por último, permitieron generar *garantías* específicas para proponer una acción en la *premisa*. De manera similar a los hallazgos de Molina et al. (2023), quienes también utilizaron el modelo de Toulmin, este estudio permitió identificar explícitamente las razones de las propuestas de los participantes, las cuales se relacionaron con los componentes de los CID.

El tercer resultado para destacar de ese estudio es que los participantes utilizaron todos los componentes de cada CID para valorar la UD y argumentaron sus propuestas de cambio basándose en estos componentes. Además, todos los argumentos prácticos identificados contenían, al menos, cuatro de los elementos que propone el modelo de Toulmin: *dato*, *garantía*, *respaldo*, y *premisa*. Este último resultado difiere de otros estudios que se preocuparon por analizar la argumentación práctica de los participantes en el contexto de un ciclo de EC, donde los argumentos prácticos no siempre tuvieron los cuatro elementos antes mencionados, ya sea porque los participantes no conocían a los CID (Sol et al., en prensa-b), o porque el análisis de la argumentación práctica se hizo en una etapa del ciclo de EC diferente de la etapa de reflexión (Sol, Sánchez et al., 2023).

Una primera conclusión de ese estudio está relacionada con la práctica reflexiva del grupo de formadores de profesores. El conocimiento y operacionalización de los CID, por parte de los participantes, promovió una reflexión docente bastante amplia y profunda en todas las etapas del ciclo de EC. Más específicamente, elementos como conocimientos previos, evaluación, errores, ambigüedades, procesos matemáticos, currículo, tiempo y recursos didácticos, fueron centrales en el desarrollo de la reflexión de los participantes. Además, la valoración guiada por los componentes de los CID fomentó la reflexión sobre temas más generales, tales como el sistema educativo o el comportamiento de los estudiantes fuera del aula de clase. Por lo tanto, la valoración de la UD con los CID funciona como herramienta para ejercer una actividad reflexiva y, al realizar la reflexión grupal en un ciclo de EC, promueve la confrontación de ideas y la generación de argumentos prácticos, lo cual coincide con lo mencionado por Fourés (2011).

Una segunda conclusión de este estudio está relacionada con la dinámica del EC y la valoración de la UD con los CID. Se observó que la valoración permitió a los participantes aumentar su capacidad para identificar aspectos para mejorar y proponer cambios para atenderlos, ya que en este proceso compartieron conocimientos y experiencias. Además, reflexionaron sobre los componentes de los CID para aclarar su uso y significado, y discutieron sobre cómo utilizarlos en la valoración de la UD. Este resultado se encuentra en línea con los de Richit et al. (2021), que concluyen que el EC promueve habilidades y

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

competencias profesionales. Por lo tanto, con este estudio, se muestra la ventaja de incorporar los CID y sus respectivos componentes en los ciclos de EC, ya sea para el diseño de la UD, su valoración, o la de la clase implementada.

Retomando la pregunta de investigación, sobre cuál es el papel de los CID en la argumentación práctica de un grupo de formadores de profesores durante la valoración del diseño de una unidad didáctica sobre funciones, se puede concluir que este papel es, en primer lugar, de generador de los argumentos prácticos y, en segundo lugar, de elemento central en la estructuración de estos argumentos. Como perspectiva futura, se pretende comparar la argumentación práctica del diseño de la UD, la valoración de este diseño, y la valoración de la clase implementada para, de este modo, poder analizar el papel que juegan los CID en diferentes momentos de reflexión durante un ciclo de EC.

Como recomendación, las futuras propuestas de formación docente deberían enfocarse en promover una reflexión sobre la práctica, en la cual se utilicen de manera equilibrada todos los componentes de los CID y fomenten la argumentación práctica docente. Para ello, se subraya la importancia de incorporar, en la etapa de reflexión de los ciclos de EC, la valoración del diseño de la UD y no solamente la de la implementación. Además, el moderador de las sesiones de los ciclos de EC podría fomentar la argumentación práctica, utilizando expresiones que permitan desencadenar justificaciones o explicaciones en los participantes que se puedan estructurar como argumentos prácticos.

Financiamiento

Esta investigación se desarrolló dentro del Proyecto PID2021-127104NB-I00 financiado por MICIU / AEI / 10.13039/501100011033 y por “FEDER Una manera de hacer Europa”; Contrato Predoctoral N.º PRE-2019-090177 financiado por Ministerio de Ciencia e Innovación y Universidades / Fondo Social Europeo / Agencia Estatal de Investigación.

Agradecimiento

Agradecemos a los formadores de profesores de matemática por haber aceptado participar voluntariamente en este Estudio de Clase y en esta investigación.

Consentimiento informado

Este estudio ha seguido el Código Ético de Integridad y Buenas Prácticas de la Universidad de Barcelona (disponible en <http://hdl.handle.net/2445/137899>) y ha sido aprobado por la comisión del programa de Doctorado en Didáctica de las Ciencias, las Lenguas, las Artes, y las Humanidades de la Universidad de Barcelona con fecha 25 de junio de 2024.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

Declaración de la contribución de los autores

Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo.

El porcentaje total de contribución para la conceptualización, preparación y corrección de este artículo fue el siguiente: T.S. 35%, C.L. 30%, A.B. 25% y V.F. 10%.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

Declaración de disponibilidad de los datos

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente A.B., previa solicitud razonable.

Preprint

Una versión Preprint de este artículo fue depositada en: Agregar el enlace.

Referencias

- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: El caso del constructo idoneidad didáctica. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255–278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893–1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Breda, A., Sánchez, A., Sala-Sebastià, G., Inglada, N., Cortés, A., y Richit, A. (2023). Introducción a las funciones en 4º año de la Educación Secundaria Obligatoria: Una experiencia basada en el Lesson Study. En A. Richit, D. Fiorentini, y R. Neves (Orgs.), *Atas do II Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino da Matemática (II SILSEM)* (pp. 189–198). Editora da Universidade Federal da Fronteira Sul.
- Burgos, M., y Castillo, M. J. (2021). Criterios emitidos por futuros maestros de primaria en la valoración de vídeos educativos de matemáticas. *Uniciencia*, 35(2), 1–17. <https://doi.org/10.15359/ru.35-2.19>
- Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8ª ed.). Routledge.
- Elliott, J. (2012). Developing a science of teaching through lesson study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(2), 108–125. <https://doi.org/10.1108/20468251211224163>
- Erbilgin, E., y Arikan, S. (2021). Lesson study to support preservice elementary teachers' learning to teach mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23(1), 113–134.
- Fenstermacher, G., y Richardson, V. (1993). The elicitation and reconstruction of practical arguments in teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 25(2), 101–114. <https://doi.org/10.1080/0022027930250201>
- Fernández, C., y Yoshida, M. (2004). *Lesson Study: A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410610867>
- Font, V., Calle, E., y Breda, A. (2023). Uso de los criterios de idoneidad didáctica y la metodología lesson study en la formación del profesorado de matemáticas de España y Ecuador. *PARADIGMA*, 44(2), 376–397. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p376-397.id1424>
- Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97–124. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0>

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

- Fourés, C. I. (2011). Reflexión docente y metacognición. Una mirada sobre la formación de formadores. *Zona Próxima*, 14, 150–159. <https://doi.org/10.14482/zp.14.084.75>
- Franzen, T. (2022). *O Estudo de Aula no contexto da formação de professores na Educação Popular: uma análise a partir dos Critérios de Idoneidade Didática* [Tesis de maestría, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. Repositorio Digital UFRGS. <http://hdl.handle.net/10183/236519>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM – Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The Onto-Semiotic Approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38–43.
- Gómez, J. (2017). ¿Qué es la argumentación práctica? *Revista Co-herencia*, 14(27), 215–243. <https://doi.org/10.17230/co-herencia.14.27.9>
- Hart, L. C., Alston, A. S., y Murata, A. (2011). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-9>
- Huang, R., Takahashi, A., y da Ponte, J. P. (2019). *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-04031-4>
- Hummes, V., Breda, A., y Font, V. (2022). Critérios de adequação didática implícitos na reflexão de professores quando planejam, implementam e redesenham uma aula em uma experiência de Lesson Study. En A. Richit, J. P. da Ponte, y E. S. Gómez (Eds), *Lesson Study na Formação Inicial e Continuada de Professores* (pp. 53–88). Livraria da Física.
- Hurd, J., & Lewis, C. (2011). *Lesson Study Step by Step: How Teacher Learning Communities Improve Instruction*. Heinemann Educational Books. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-05-2013-0025>
- Kinach, B. M. (2002). *Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics “methods” course*. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 153–186. <https://doi.org/10.1023/A:1015822104536>
- Ledezma, C., Sánchez, A., e Hidalgo-Moncada, D. (2024). Reflexiones de futuros profesores sobre la implementación de la modelización matemática en el retorno a la enseñanza presencial. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 38, Artículo e230170. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230170>
- Lewiński, M. (2018). Practical argumentation in the making: Discursive construction of reasons for action. En S. Oswald, T. Herman, y J. Jacquin (Eds.) *Argumentation and Language – Linguistic, Cognitive and Discursive Explorations* (pp. 219–241). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73972-4_10
- Lewis, C. C. (2002). *Lesson Study: A Handbook of Teacher-Led Instructional Change*. Research for Better Schools.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

- Lim-Ratnam, C. (2013). Lesson Study step by step: How teacher learning communities improve instruction. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 2(3), 304–306. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-05-2013-0025>
- Molina, O., Camargo, L., Perry, P., y Samper, C. (2023). Racionalidad del formador de profesores de matemáticas subyacente en el diseño de tareas sobre argumentación. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 379–386). SEIEM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Autor.
- Richit, A., da Ponte, J. P., y Quaresma, M. (2021). Aprendizagens profissionais de professores evidenciadas em pesquisas sobre estudos de aula. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 35(70), 1107–1137. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a26>
- Sánchez, A., Font, V., y Breda, A. (2022). Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students' creativity. *Mathematics Education Research Journal*, 34(4), 863–885. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00367-w>
- Schoenfeld, A. H., y Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. Woods (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education Vol. 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 321–354). Sense Publishers.
- Schön, D. A. (1987). *Educating the Reflective Practitioner: Towards a New Design for Teaching and Learning in the Professions*. Jossey-Bass Publishers.
- Sol, T., Breda, A., Font, V., y Sala-Sebastià, G. (en prensa-a). Argumentación práctica sobre ambigüedades en la valoración del diseño de una unidad didáctica sobre funciones. En *Investigación en Educación Matemática XXVII*. SEIEM.
- Sol, T., Breda, A., Richit, A., y Sala-Sebastià, G. (en prensa-b). Didactic suitability criteria that emerge in the future teachers' practical argumentation. *Zetetiké*.
- Sol, T., Breda, A., Sánchez, A., Font, V., y Sala-Sebastià, G. (2023). Criterios de idoneidad didáctica en la argumentación práctica docente al seleccionar problemas para introducir el tema de función. En C. Jiménez-Gestal, Á. Magreñán, E. Badillo, y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 515–522). SEIEM.
- Sol, T., Lujambio, M., Lara, N., y Font, V. (2023). Reflexión docente sobre la enseñanza de la introducción a la derivada en un proceso de instrucción. En S. Caviades, J. G. Lugo-Armenta, L. R. Pino-Fan, y A. Sánchez (Eds.), *Actas del Primer Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática* (pp. 197–205). Universidad de Los Lagos.
- Sol, T., Sánchez, A., Breda, A., y Font, V. (2023). Didactic suitability criteria in teachers' practical argumentation in the phase of design of a lesson study cycle about functions. En M. Ayalon, B. Koichu, R. Leikin, L. Rubel, y M. Tabach (Eds.), *Proceedings of the 46th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 227–234). PME.
- Sol, T., Sánchez, A., Breda, A., Font, V., y Hummes, V. (2022). Análisis de la reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre los errores que cometen en su práctica docente. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 549–557). SEIEM.

ESTE DOCUMENTO ES UN PREPRINT (no revisado por pares).

Stake, R. E. (2005). Qualitative case studies. En N. K. Denzin e Y. S. Lincoln (Eds.), *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (3ª ed., pp. 443–446). Sage Publications.

Toulmin, S. (2003). *The Uses of Argument* (2ª ed.). Cambridge University Press. (Trabajo original publicado en 1954)

This preprint was submitted under the following conditions:

- The authors declare that they are aware that they are solely responsible for the content of the preprint and that the deposit in SciELO Preprints does not mean any commitment on the part of SciELO, except its preservation and dissemination.
- The authors declare that the necessary Terms of Free and Informed Consent of participants or patients in the research were obtained and are described in the manuscript, when applicable.
- The authors declare that the preparation of the manuscript followed the ethical norms of scientific communication.
- The authors declare that the data, applications, and other content underlying the manuscript are referenced.
- The deposited manuscript is in PDF format.
- The authors declare that the research that originated the manuscript followed good ethical practices and that the necessary approvals from research ethics committees, when applicable, are described in the manuscript.
- The authors declare that once a manuscript is posted on the SciELO Preprints server, it can only be taken down on request to the SciELO Preprints server Editorial Secretariat, who will post a retraction notice in its place.
- The authors agree that the approved manuscript will be made available under a [Creative Commons CC-BY](#) license.
- The submitting author declares that the contributions of all authors and conflict of interest statement are included explicitly and in specific sections of the manuscript.
- The authors declare that the manuscript was not deposited and/or previously made available on another preprint server or published by a journal.
- If the manuscript is being reviewed or being prepared for publishing but not yet published by a journal, the authors declare that they have received authorization from the journal to make this deposit.
- The submitting author declares that all authors of the manuscript agree with the submission to SciELO Preprints.