Estado da publicação: O preprint foi publicado em um periódico como um artigo
DOI do artigo publicado: https://doi.org/10.37001/ripem.v15i2.4357

Explorando áreas no Ensino Superior: Uma prática educativa de Resolução de Problemas

Vilmar Ibanor Bertotti Junior, Janaína Poffo Possamai

https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.7892

Submetido em: 2024-01-13
Postado em: 2024-01-15 (versão 1)
(AAAA-MM-DD)

ARTIGO

EXPLORANDO ÁREAS NO ENSINO SUPERIOR: UMA PRÁTICA EDUCATIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

VILMAR IBANOR BERTOTTI JUNIOR[1]
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0046-2486
<vbt.junior@gmail.com>
JANAÍNA POFFO POSSAMAI[2]
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3131-9316
<janainap@furb.br>

[1] FURB – Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, SC, Brasil.
[2] FURB – Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, SC, Brasil.

RESUMO: Este artigo tem como objetivo analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o enfoque, em aulas de Cálculo Numérico, na generalização da fórmula da área de trapézios a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes. Para tanto, inicialmente discute-se a abordagem de ensino *através* da resolução de problemas e a metodologia indicada nesta pesquisa, caracterizando-se, quanto à natureza, como aplicada; em relação à abordagem do problema, como qualitativa; e no que diz respeito aos procedimentos, como investigação-ação. Também se apresentam o contexto e a organização da prática educativa, bem como o relato e a análise do problema desenvolvido. A aplicação aconteceu por meio de aulas remotas, via videoconferência, o que possibilitou que a coleta de dados envolvesse gravações de vídeo, além de serem utilizados os registros dos acadêmicos e diário de campo do pesquisador para a consolidação da pesquisa. Os resultados indicam que a metodologia permitiu o desenvolvimento da autonomia, do raciocínio e da argumentação dos estudantes durante a prática educativa realizada.

Palavras-chave: resolução de problemas, ensino de matemática, cálculo numérico, ensino superior.

EXPLORING AREAS IN HIGHER EDUCATION: AN EDUCATIONAL PRACTICE OF PROBLEM SOLVING

ABSTRACT: This article aims to analyze implications of the Methodology Teaching-Learning-Evaluation of Mathematics through Problem Solving for the focus, in Numerical Calculus classes, on generalizing the formula for the area of trapezoids based on students' prior knowledge. For this purpose, the teaching approach through problem-solving and the methodology indicated in this research are initially discussed, characterized, in terms of nature, as applied; regarding the problem-solving approach, as qualitative; and concerning the procedures, as action research. Also presented are the context and organization of the educational practice, as well as the account and analysis of the developed problem. The application took place through remote classes, via video conferencing, allowing data collection involving video recordings. Academic records and the researcher's field diary were used to consolidate the research. The results indicate that the methodology enabled the development of students' autonomy, reasoning, and argumentation during the conducted educational practice.

Keywords: problem solving, teaching of mathematics, numerical calculus, higher education.

EXPLORANDO ÁREAS EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR: UNA PRÁCTICA EDUCATIVA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

RESUMEN: Este artículo tiene como objetivo analizar las implicaciones de la metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de Matemáticas a través de la Resolución de Problemas para el enfoque, en clases de Cálculo Numérico, en la generalización de la fórmula del área de los trapecios a partir del conocimiento previo de los estudiantes. Para ello, inicialmente se discute el enfoque de enseñanza a través de la resolución de problemas y la metodología indicada en esta investigación, caracterizándose, en cuanto a su naturaleza, como aplicada; en cuanto al enfoque del problema, como cualitativa; y en cuanto a los procedimientos, como investigación-acción. También se presentan el contexto y la organización de la práctica educativa, así como el relato y análisis del problema desarrollado. La aplicación se llevó a cabo a través de clases remotas, mediante videoconferencia, lo que permitió que la recopilación de datos incluyera grabaciones de video. Además, se utilizaron los registros académicos y el diario de campo del investigador para consolidar la investigación. Los resultados indican que la metodología permitió el desarrollo de la autonomía, el razonamiento y la argumentación de los estudiantes durante la práctica educativa realizada.

Palabras clave: resolución de problemas, enseñanza de matemáticas, cálculo numérico, educación superior.

INTRODUÇÃO

A Resolução de Problemas enquanto meio de ensinar matemática vem conquistando um espaço significativo nas escolas e universidades, por meio da qual os estudantes têm a oportunidade de encontrar uma ou várias soluções para um determinado problema que tenha como objetivo promover o desenvolvimento de um conteúdo matemático a partir dos conhecimentos prévios e experiências dos estudantes, os quais se tornam protagonistas no ato da construção do conhecimento (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019).

Essa abordagem em que coloca o estudante como ser ativo do processo é denominada de ensino *através* da resolução de problemas, pela qual os estudantes desenvolvem e constroem o conhecimento a partir de um problema, de modo que o professor se torna mediador desse processo. Nesse sentido, cabe destacar que se entende como problema tudo aquilo que não se sabe, mas se tem o interesse em resolver (ONUCHIC, 1999).

No entanto, a abordagem de ensino *para* resolução de problemas é a que ainda se faz mais presente nas salas de aula (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; POSSAMAI; CARDOZO; MENEGHELLI, 2018). Ela ocorre quando o professor expõe de antemão o conteúdo, seguido de exemplos, para os estudantes. Assim, os ditos problemas aparecem depois para eles resolverem, sem que haja grandes descobertas, pois aquilo que os estudantes precisam para resolvê-los já foi anunciado pelo professor. Embora essa prática esteja enraizada na cultura escolar, a perspectiva através da resolução de problemas é a que está presente nas atuais orientações de ensino (BRASIL, 2019) e sobre a qual o presente estudo foi conduzido.

A metodologia de *Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*, criada e assim denominada por Allevato e Onuchic (2014), constitui-se como uma vertente da abordagem descrita. A partir dessa metodologia, o professor organiza suas atividades em sala de aula por meio de dez etapas sugeridas pelas autoras.

Por meio dessa proposta, elaborou-se uma prática educativa para estudantes do Ensino Superior, especificamente, dos cursos de Engenharia de Alimentos, Civil, Elétrica, Mecânica, Produção e Química da Universidade Regional de Blumenau, Brasil. A partir de um conjunto de cinco problemas, trabalhou-se com os acadêmicos o conteúdo de Integração Numérica, o qual faz parte da disciplina de Cálculo Numérico. Neste artigo, far-se-á a análise qualitativa do primeiro problema, denominado "Você sabe calcular áreas?", que tem como objetivo principal resgatar os conhecimentos prévios dos estudantes frente aos conceitos de área de quadrado, retângulo e triângulo para construção da generalização da fórmula da área de trapézios.

Desse modo, este estudo tem como objetivo analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o enfoque, em aulas de Cálculo Numérico, na generalização da fórmula da área de trapézios a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes. Cabe colocar que a prática educativa foi realizada de forma remota devido à situação de pandemia causada pela Covid-19.

Assim, na sequência apresentam-se o contexto da abordagem de ensino através da resolução de problemas, bem como a metodologia em que a prática educativa foi constituída.

A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com Cai e Lester (2012), se quisermos ajudar os estudantes a se tornarem bons solucionadores de problemas, o primeiro passo é mudar a concepção de que a resolução de problemas seja uma consequência dos conceitos ensinados. Uma das alternativas é fazer com que esta se constitua como parte integrante da aprendizagem da matemática, atualmente denominada como ensino através da resolução de problemas.

Van de Walle (2009) propõe que o processo de ensino e aprendizagem se consolide dessa forma e destaca que esse procedimento deveria ser o foco do currículo de matemática. Além disso, chama a atenção para que o trabalho de ensinar comece sempre no ponto em que estão os estudantes, ao contrário da forma *ensinar-então-praticar* que inicia por onde estão os professores, ignorando-se, em muitas situações, o que os estudantes trazem consigo para a sala de aula. Para Schroeder e Lester Junior (1989, p. 33):

> Os problemas são avaliados não apenas como um objetivo para o aprendizado de matemática, mas também como um meio primário de fazê-lo. O ensino de um tópico matemático começa com uma situação problemática que engloba aspectos-chave do tópico, e as técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis a problemas razoáveis.

Na visão dos autores, quando os estudantes constroem novos conhecimentos matemáticos, aprendem não apenas conceitos, fatos e habilidades; mas também aprendem a organizar seu raciocínio e a gerenciar a aplicação desse novo conhecimento, tornando-os mais capacitados para resolver problemas e aprender novos conceitos e habilidades. Um benefício de ter adquirido conhecimento matemático dessa maneira é que os esforços de solução de problemas são menos suscetíveis a erros (SCHROEDER; LESTER JUNIOR, 1989).

Onuchic (1999) corrobora no sentido de que, a melhor forma para trabalhar o ensino e aprendizagem de matemática por meio da resolução de problemas é ajudando os estudantes a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias para realizar o trabalho feito em cada unidade temática. A utilização dessa prática poderá beneficiar o estudante na construção do seu próprio conhecimento por meio de situações em que ele seja capaz de criar e ampliar sua capacidade de resolver problemas. Para tanto, cabe ao professor proporcionar aos seus estudantes um ambiente de aprendizagem que conduza a essa construção conjunta, atuando como mediador do processo e incentivando-os a serem protagonistas de sua própria aprendizagem (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Assim, Van de Walle (2009, p. 59) coloca que: "Não há dúvida de que ensinar por resolução de problemas é difícil. As tarefas devem ser planejadas ou selecionadas a cada dia e a compreensão atual dos alunos e as necessidades curriculares devem ser levadas em consideração", porém aponta diversos motivos que justificam todo esse esforço:

> *A resolução de problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e em dar sentido a elas.*
> *[...] A resolução de problemas desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido.*
> *[...] A resolução de problemas fornece dados contínuos para a avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados.*
> *[...] A resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos.*
> *[...] Uma abordagem de resolução de problemas envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina.*
> *[...] A resolução de problemas desenvolve o "potencial matemático".*
> *[...] É muito divertida!* Os professores que ensinam deste modo nunca retornam a um método de ensinar por exposição de regras [e receitas]. (VAN DE WALLE, 2009, p. 59, grifos do autor).

Com essas justificavas, percebe-se que dominar procedimentos de resolução de problemas não basta para que os estudantes pensem matematicamente. Em outras palavras, é crucial considerar a possibilidade de usar problemas geradores de conteúdos/procedimentos como um meio de ensinar matemática, em consonância com as premissas do construtivismo. De acordo com essa abordagem, os estudantes não são mais vistos apenas como indivíduos que seguem ordens para realizar uma tarefa, mas sim como seres pensantes, proporcionando-lhes a oportunidade de interpretar os problemas usando seus conhecimentos prévios para a construção de novos saberes.

Essa concepção de resolução de problemas é a que orienta a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma proposta de trabalho desenvolvida pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), coordenado pela professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Essa metodologia se configura como um caminho não apenas para ensinar a resolver problemas, mas também para ensinar matemática.

Ao referir-se à palavra composta "ensino-aprendizagem-avaliação", sugere-se que o ensino e a aprendizagem sejam trabalhados em sala de aula de forma integrada, de modo que a avaliação perpasse esse processo, avaliando os estudantes como construtores do conhecimento durante a resolução do problema (BERTOTTI JUNIOR; POSSAMAI, 2021; PIRONEL; VALLILO, 2017).

Na presente abordagem, há um rompimento com o ensino tradicional, que normalmente associa a avaliação a um teste que quantifica o aprendizado dos estudantes. Esse teste geralmente ocorre após o professor terminar de explicar um determinado conteúdo, e os estudantes têm que resolver uma série de exercícios que demandam uma aplicação mecânica dos conceitos explorados (VAN DE WALLE, 2009). Desse modo,

> [...] utilizar uma metodologia de ensino que tenha como alicerce a Resolução de Problemas requer do professor não apenas planejamento, a fim de construir situações matemáticas que possam ser representadas como um problema, mas também uma mudança no papel do professor, que não mais apenas transmite conteúdo, mas que media o processo de aprendizagem em que o estudante é protagonista. (POSSMAI; CARDOZO; MENEGHELLI, 2018, p. 74).

Para utilização da referida metodologia, Bertotti Junior (2021) aponta as dez etapas de Allevato e Onuchic (2014) nas quais uma prática educativa pode ser organizada em sala de aula pelo professor. As etapas podem ser visualizadas na Figura 1.

Figura 1 – Etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 61)

Fazendo uma explicação dessas etapas, tem-se que a (1) preparação do problema refere-se ao planejamento do professor, de modo que ele crie ou selecione um problema gerador de conhecimento relacionado ao desenvolvimento de conteúdos e conceitos matemáticos. Disponibilizado esse problema, os estudantes realizarão a etapa da (2) leitura individual, fazendo previamente a decodificação e interpretação do enunciado. Dado esse tempo, segue-se para a etapa de (3) leitura em conjunto, na qual os estudantes, reunidos em grupos, farão a leitura coletiva do problema e compartilharão com os demais suas ideias iniciais de resolução.

Assim, utilizando seus conhecimentos prévios, os grupos iniciam a etapa de (4) resolução do problema de maneira colaborativa até chegarem à solução do problema. Enquanto isso, o professor irá (5) observar e incentivar esse processo, assumindo a função de mediador do conhecimento, sem fornecer respostas prontas aos estudantes em caso de dúvidas, mas sempre fazendo perguntas pertinentes que os levem a refletir sobre seus pensamentos. Isso permite aos estudantes o desenvolvimento de habilidades como autonomia, criticidade e pensamento reflexivo.

Quando os estudantes terminam a etapa da resolução do problema, são convidados a fazer o (6) registro das resoluções na lousa ou em outro meio digital. Nesse momento, o professor irá abordar todas as respostas, independentemente de estarem corretas ou não. Na etapa da (7) plenária, os estudantes apresentarão suas propostas de forma coletiva aos colegas, justificando e defendendo suas ideias. Após essas discussões, o professor orientará os estudantes a chegarem a um (8) consenso de resposta, realizando intervenções com base no que foi apresentado.

Com isso, o professor realizará a (9) formalização do conteúdo com os estudantes, utilizando as ferramentas desenvolvidas por eles para apresentar a linguagem formal da matemática. Por fim, outras situações podem surgir em meio ao debate que se configuram como (10) proposição e resolução de novos problemas.

Diante desse cenário descrito, em que a Resolução de Problemas está presente, percebe-se que os estudantes estão, constantemente, envolvidos em um trabalho ativo e, em grande parte do processo, são eles os responsáveis pela construção da aprendizagem. Nesse aspecto, Onuchic e Allevato (2011, p. 82) consideram que o professor "precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir".

A caracterização da pesquisa que envolve a prática educativa realizada no contexto da Resolução de Problemas é apresentada na sequência.

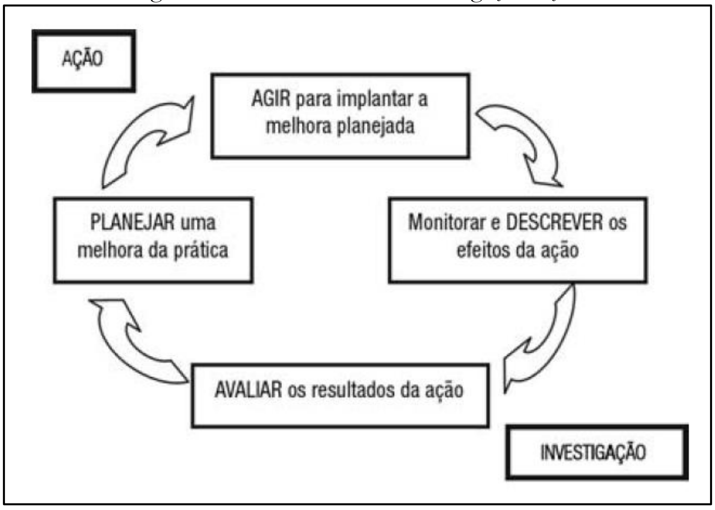
CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Do ponto de vista da natureza, esta pesquisa é aplicada, objetivando gerar conteúdos/procedimentos que proporcionem conhecimentos durante a realização da prática educativa, com o propósito de solucionar problemas específicos por meio dos fatos e interesses locais. Com relação à abordagem do problema, ela classifica-se em qualitativa, pois estabelece uma relação entre o mundo real e o sujeito, sendo que a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são fundamentais para caracterizar a pesquisa neste contexto. O ambiente natural serve como meio para a coleta de dados, sendo o pesquisador o instrumento-chave (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010).

Quanto aos procedimentos, a pesquisa é classificada como investigação-ação. Nesse contexto, de acordo com Kauark, Manhães e Medeiros (2010), os pesquisadores e estudantes são representativos da situação que estão envolvidos, de modo que atuam de forma cooperativa ou participativa. A investigação-ação é vista como uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores no sentido de utilizar suas pesquisas para melhorar seu ensino e, consequentemente, o aprendizado de seus estudantes (TRIPP, 2005).

Diante disso, adotou-se o ciclo básico de 4 etapas para o desenvolvimento da investigação-ação desta pesquisa, as quais são propostas por Tripp (2005, p. 446), iniciando-se com "a identificação do problema, o planejamento de uma solução, sua implementação, seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia", que podem ser melhor entendidas na Figura 2.

Figura 2 – Ciclo básico da investigação-ação



Fonte: Tripp (2005, p. 446)

O procedimento metodológico utilizado para a coleta de dados adequa-se à modalidade de investigação-ação devido à ação ter sido realizada de maneira colaborativa e participativa entre os pesquisadores e os estudantes envolvidos na pesquisa, bem como com a professora titular da disciplina de Cálculo Numérico.

Assim, as fases da pesquisa foram organizadas do seguinte modo, de acordo com o Ciclo Investigativo de Tripp: Fase I – Planejar uma melhora da prática – remeteu-se à leitura e análise das discussões evidenciadas no que se refere à Resolução de Problemas. Fase II – Agir para implantar a melhora planejada – consistiu em desenvolver um conjunto de 5 problemas abordando o conteúdo de Integração Numérica. Fases III e IV – Monitorar e descrever os efeitos da ação e avaliar os resultados da ação – enquanto os estudantes resolviam o problema, os pesquisadores realizavam o processo de observação nos grupos.

Salienta-se que a fase III – "Monitorar e descrever os efeitos da ação" – e a fase IV– "Avaliar os resultados da ação" – foram unificadas, pois entende-se que a avaliação não está desassociada do processo de ensinar e aprender.

Para tanto, na sequência discutem-se o contexto da pesquisa, bem como a organização da prática educativa.

O CONTEXTO E A ORGANIZAÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA

A aplicação dos problemas propostos ocorreu no primeiro semestre de 2020, com 72 estudantes das turmas do período matutino – cursos de Engenharia de Alimentos, Mecânica e Química – e noturno – cursos de Engenharia de Alimentos, Civil, Mecânica, Produção e Química – da Universidade Regional de Blumenau, seguindo as dez etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Reitera-se que a prática educativa ocorreu de forma remota e síncrona devido à situação de pandemia causada pela Covid-19.

No início do primeiro dia de aplicação dos problemas, tanto para a turma do período matutino quanto noturno, a professora titular da disciplina de Cálculo Numérico concedeu a palavra aos pesquisadores – denominados de P1, P2 e P3 no presente artigo –, os quais se apresentaram à turma, bem como falaram da proposta e das etapas da metodologia mencionada anteriormente.

Findado esse momento, os estudantes foram organizados em grupos de 3 a 4 integrantes e realocados em *chats* via Microsoft Teams, com o acompanhamento dos pesquisadores, para que pudessem discutir e resolver os problemas.

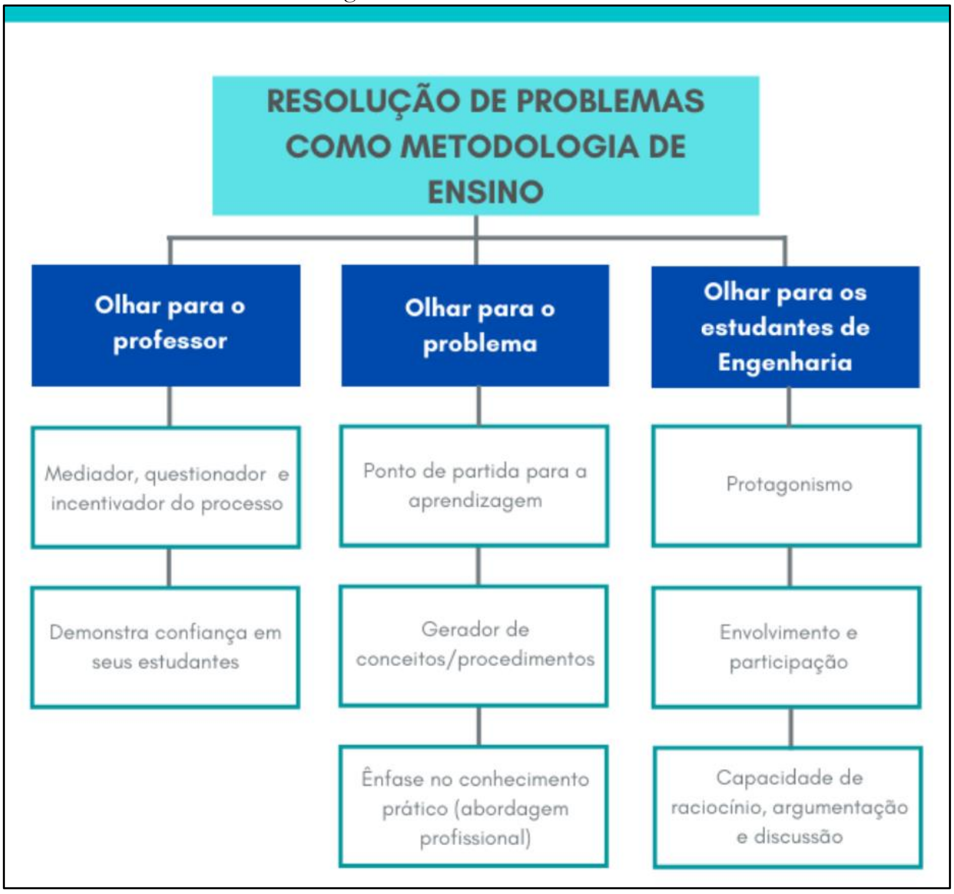
Diante disso, a organização da aplicação deu-se, primeiramente, com a (i) reunião da turma na sala virtual do Microsoft Teams, na qual os estudantes realizavam a leitura individual e conjunta do problema. Na sequência houve a (ii) organização dos estudantes em grupos separados nas salas virtuais (cada grupo possuía seu *chat* de comunicação). A partir desse ponto, seguiu-se para a etapa da resolução do problema, em que os estudantes argumentavam e socializavam ideias por meio dos recursos de áudio, videoconferência, escrita e/ou compartilhamento de telas disponibilizados pelo *software*. Além disso, utilizavam, nesta etapa, outros recursos computacionais como o GeoGebra, Microsoft Word e Excel para visualização gráfica e resolução dos problemas, elaboração dos textos, bem como a utilização de planilha de cálculos.

Enquanto os estudantes resolviam o problema, os pesquisadores realizavam o processo de observação nos grupos, participando das discussões quando solicitados via *chat*. Eles estavam presentes em todos os grupos para oferecer orientação. Nesse aspecto, os pesquisadores ajudavam os estudantes com dúvidas relacionadas aos recursos computacionais e à resolução dos problemas, especialmente no que se referia à interpretação das questões. É importante destacar que eles nunca davam uma resposta definitiva aos estudantes, mas os envolviam em questionamentos para estimular a reflexão sobre o problema.

Após o término da resolução dos problemas nos *chats* individuais, ocorreu o (iv) retorno à sala virtual da turma, na qual os estudantes apresentavam seus resultados e discussões na etapa da plenária e consenso. A apresentação deu-se por meio do compartilhamento de telas com a sistematização dos arquivos que contemplavam a resolução. Por fim, o pesquisador P1 formalizava o conteúdo com sua fala por meio de seu compartilhamento de tela tendo por base um arquivo de texto. Desse modo, fez-se o uso de tecnologias de informação como recurso para resolução e registro das soluções, e de tecnologias de comunicação como recurso para o compartilhamento de soluções e para o trabalho colaborativo.

A fim de avaliar a prática educativa, criou-se critérios de análise a partir dos elementos que permeiam a Resolução de Problemas. Diante disso, foram elaboradas categorias que apresentam características relevantes à abordagem do conteúdo, com olhar para o professor, para o problema e para os estudantes de Engenharia, conforme se apresenta na Figura 3.

Figura 3 – Critérios de análise



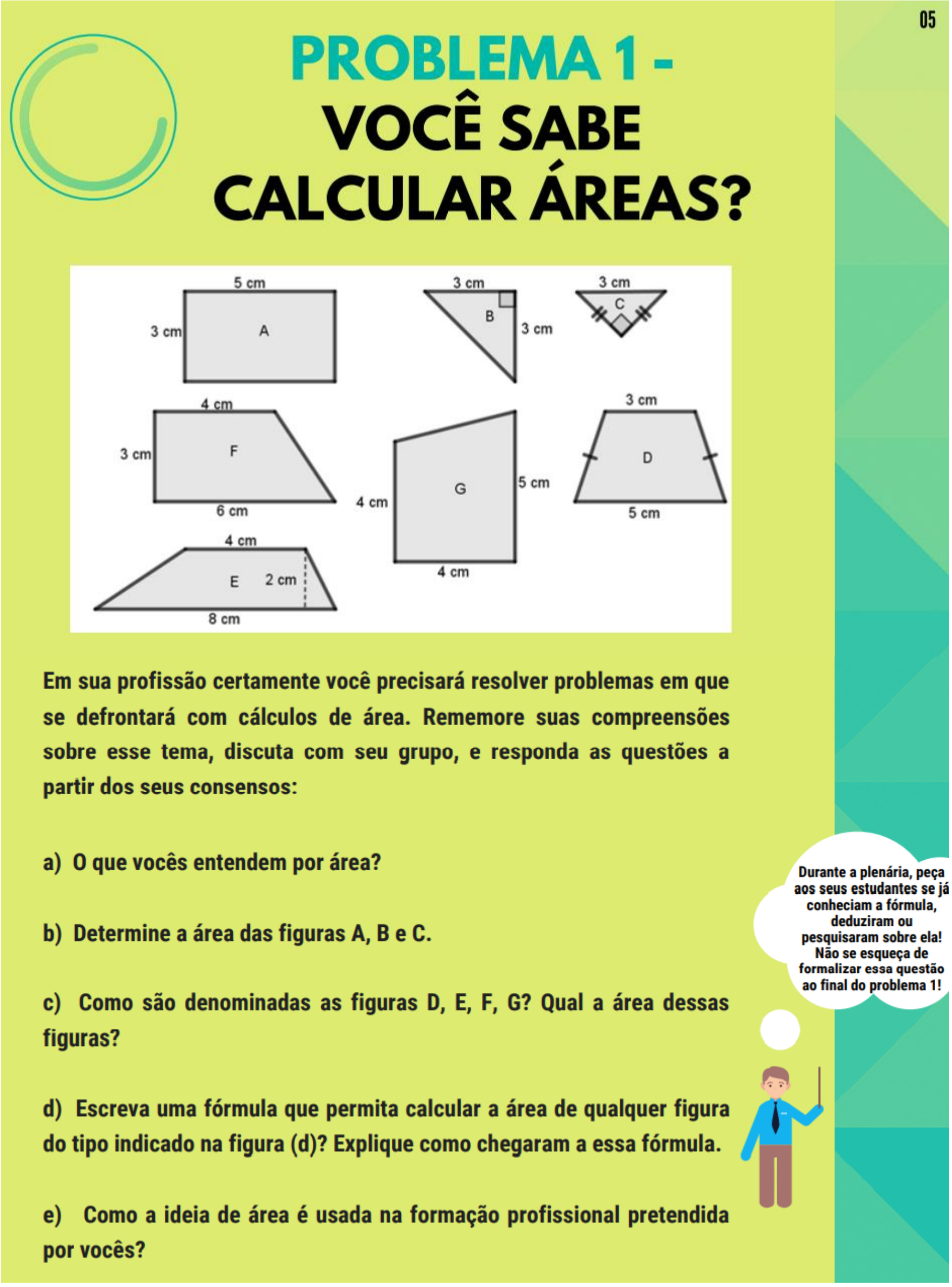
Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 113)

Na sequência discute-se o Problema 1 aplicado com as turmas, o qual é objeto de análise neste artigo.

PROBLEMA 1: VOCÊ SABE CALCULAR ÁREAS?

O problema 1 teve como intuito resgatar o conhecimento prévio dos estudantes frente às definições de área, envolvendo quadrado, retângulo e triângulo. Com isso, buscou-se que, a partir das relações existentes entre elas, chegassem a uma generalização da fórmula de área dos trapézios. Na Figura 4 apresenta-se uma imagem do problema 1, denominado “Você sabe calcular áreas?”

Figura 4 – Problema 1: Você sabe calcular áreas?



Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 125)

O tempo destinado para realização do Problema 1 (resolução, discussão e formalização) foi de 3 aulas de 50 min cada. Iniciou-se com a leitura individual do problema, sendo disponibilizado um tempo para que os estudantes pudessem realizá-la. Na sequência, o P1 fez a abordagem geral do problema com eles, que está evidenciada nas falas abaixo:

> P1: Para começar, cada um de vocês deverá fazer a leitura individual do problema. Vocês terão um tempo de dez minutos para isso.
> [...] Tempo para leitura
> P1: Retornando a aula, percebam que há várias figuras dispostas no problema, como quadrado, retângulo, triângulo..., e por meio dessa visualização, vocês irão responder o que entendem por área, determinar a área das figuras A, B e C, escrever como são denominadas as figuras D, E, F e G, bem como calcular a área dessas figuras. Depois, escrevam uma fórmula que permita

> calcular a área de qualquer figura do tipo indicado na alternativa (d), e expliquem como chegaram a esta fórmula. Certo pessoal?
> Para resolverem as questões do problema 1 não é necessário pesquisar na *internet*, vocês conseguem resolvê-las a partir do conhecimento que vocês já têm adquirido. E a partir dessa relação das áreas é possível chegar a uma formulação geral da área do trapézio. Por fim, explorem onde a ideia de área pode ser utilizada na futura profissão de vocês.

Em seguida, a P2 fez alguns questionamentos para despertar o conhecimento prévio dos futuros engenheiros (os estudantes estão indicados pela letra E), como:

> P2: Alguém lembra como calcula a área de um quadrado?
> E1: Lado ao quadrado, sendo que o quadrado tem todos os lados iguais, a função é multiplicar o lado por ele mesmo.
> P2: Isso mesmo e se for um retângulo?
> E1: Base vezes altura.
> P2: E um triângulo?
> E1: Base vezes altura sobre 2, visto que ele vem de um quadrado cortado na diagonal.
> P2: Certo, então a ideia é que com base nesses conhecimentos vocês consigam responder esse problema. Ressaltando o que o P1 falou, pedimos para que, por favor, vocês não usem a *internet* como recurso de resposta, não pesquisem sobre isso, respondam com base no conhecimento prévio de vocês, com base na discussão que vocês fizerem, visto que isso vai contribuir tanto para o conhecimento que vocês forem construir ao longo dessa pesquisa, como para nossa evidência científica também.

Essa abordagem foi uma adaptação necessária da metodologia utilizada, devido à aplicação dos problemas ter ocorrido em aulas virtuais. Optou-se por fazer a leitura do problema juntamente com os estudantes, uma vez que, se esta fosse realizada sem a presença dos pesquisadores e da professora, algum grupo poderia levantar questões pertinentes de discussão que, em consequência da demanda de atendimento nos demais grupos, acabaria deixando determinado grupo ocioso por um tempo, podendo-o desestimular pela espera da discussão. Diferentemente da sala de aula, em que os estudantes levantam a mão e chamam facilmente o professor, no ambiente virtual é necessário entrar em todos os *chats* para verificar se é preciso realizar alguma discussão com o grupo. Isso ocorre porque as notificações do *chat* em grupo foram desativadas; caso contrário, a cada comentário inserido, um som era emitido, o que dificultava a organização.

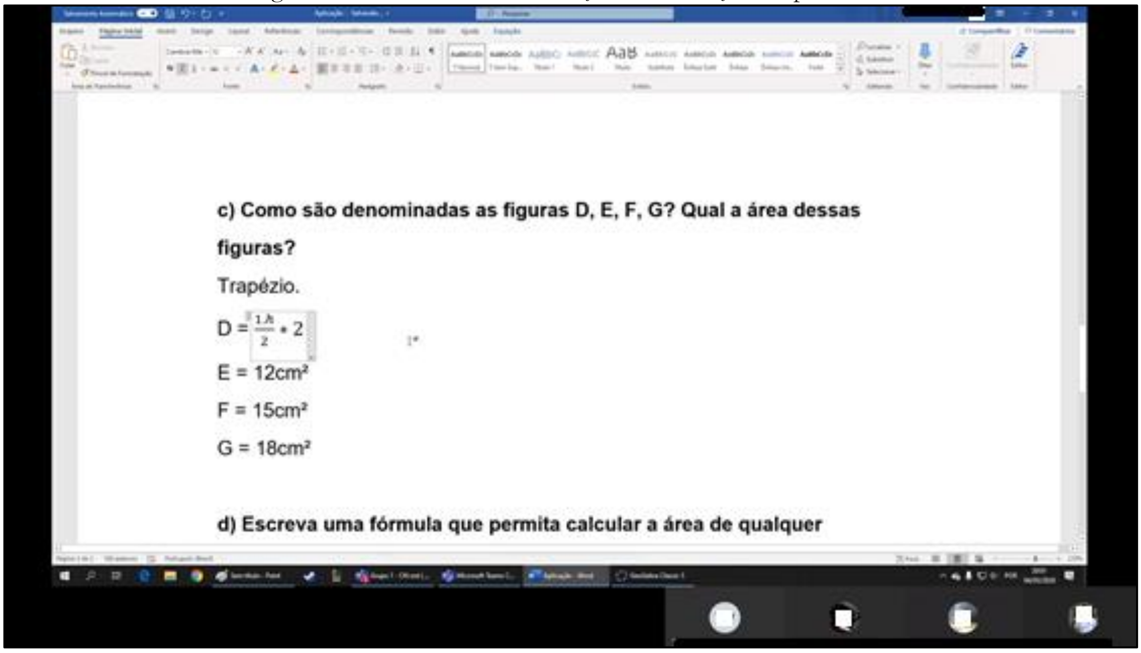
Na sequência, os pesquisadores comunicaram aos estudantes para se alocarem nos grupos individuais, no Microsoft Teams, para realizarem a resolução do problema 1, sendo que deveriam registrar suas resoluções em arquivo de texto ou de modo manuscrito, registrado por foto. Após isso, informou-se que depois de 40 minutos deveriam retornar à sala virtual da turma para apresentar as resoluções, em que um integrante do grupo poderia fazer a socialização com os demais na plenária, compartilhando suas telas no Microsoft Teams.

É importante salientar que somente os grupos nos quais todos os membros consentiram com a pesquisa foram incluídos no relato e na análise deste estudo. Assim, da turma do período matutino, analisaram-se as falas e dados dos estudantes que integraram os Grupos GM1 (3 estudantes), GM4 (3 estudantes), GM6 (4 estudantes), GM7 (4 estudantes) e GM12 (3 estudantes). Já do período noturno consideraram-se os grupos GN1 (5 estudantes), GN2 (4 estudantes), GN3 (4 estudantes) e GN6 (4 estudantes).

Etapa de resolução nos grupos

Os estudantes dos grupos GN1 e GN2, compostos por quatro integrantes cada, organizaram-se de modo que um representante estruturasse as respostas em arquivo de texto, enquanto discutiam as questões. A Figura 5 mostra esse contexto.

Figura 5 – Discussão e estruturação da resolução do problema



Fonte: Acervo de pesquisa

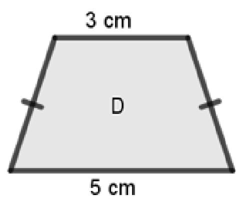
A discussão da equipe GN2 é transcrita:

> GN2: (E23 falando) Boa noite, pessoal. Vamos começar com a primeira pergunta, o que você entende por área? A E24 já comentou, certo?! A área depende das dimensões de uma figura.
> (E24 falando) Vou mandar o que eu escrevi aqui: 'área é a medida que envolve toda a parte interna da figura'.
> (E25 falando) Não seria região interna da figura?
> (E26 falando) Isso.
> (E25 falando) A b é para determinar a área das figuras A, B e C. Na figura C todos os lados são iguais?
> (E23 falando) Não, só dois lados são iguais, aqueles que possuem um tracinho em cima.
> (E25 falando) Acredito que a C precisa da altura ou da dimensão de um dos lados, não? Ao menos que ele seja equilátero.
> (E23 falando) Mas como o triângulo tem os risquinhos, não conseguimos calcular a área dele?
> (E25 falando) Ainda acho que deveria ter o valor da altura ou de um dos lados.
> (E23 falando) Então nós colocamos que não tem como resolver?
> (E25 falando) Acho que sim.
> (E24 falando) Não pessoal, por que não tentamos descobrir o valor da hipotenusa? Os dois catetos são iguais.
> (E26 falando) Claro, temos um ângulo de 90 graus formado ali na superfície inferior deste triângulo.
> (E23 falando) Isso mesmo, aquela fórmula dos lados iguais.
> [Nesse momento os estudantes começaram a calcular a área da Figura C pelo teorema de Pitágoras, encontrando um valor para ela].
> (E23 falando) Certo pessoal, vamos para a letra c agora: como são denominadas as figuras D, E, F e G e qual a área delas?
> (E25 falando) A figura D é um trapézio isósceles, não? Tem dois lados iguais.
> (E26 falando) Acredito que sim.
> (E25 falando) Sim, está, acabei de procurar na *internet* para conferir se estava.

> (E23 falando) Certo, vamos para a figura E... essa figura é a mesma que uma Professora deu como atividade para nós em sala. Se lembram?
> (E25 falando) Na disciplina de Instrumental, né?
> (E23 falando) Isso mesmo.
> (E25 falando) Sim, a figura E é um trapézio escaleno, tem dois lados diferentes. E a figura F é um trapézio retângulo.
> (E24 falando) A figura G é igual.
> (E26 falando) Sim, se trata de um trapézio retângulo também, só está virado.
> (E25 falando) É, os triângulos formam um ângulo de 90º em sua base.

Diante das conversas mencionadas, destacam-se três pontos de observância ao grupo: (i) a E23 tornou-se a mediadora na narrativa das questões, conduzindo a equipe (assumiu o papel de líder); (ii) embora o E25 argumentasse que o trapézio da Figura D era isósceles, precisava ter segurança de sua fala, utilizando-se da *internet* como fonte de pesquisa; (iii) os estudantes remeteram-se às lembranças de sala de aula nos comentários com os colegas para encontro das respostas (resgate do conhecimento prévio).

A discussão que gerou dúvida entre os estudantes do grupo GN2 foi em relação à altura do trapézio identificado pela letra D. Essa mesma discussão aconteceu no grupo GN1 que decidiu apresentar a resolução de forma genérica, conforme mostra a discussão do grupo:

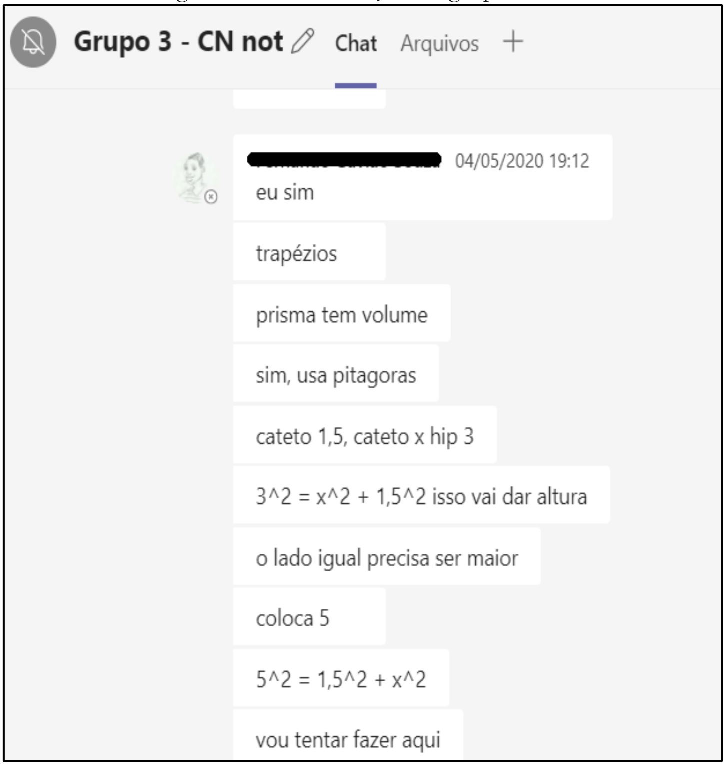


> (E18 falando) Cara, para mim se colocar aquele triângulo transposto por cima do outro, é formado um quadrado ou retângulo, não sabemos ainda, de lados 1 paralelos e de outros lados paralelos igual a x. E, então montando os ângulos, para mim fica 45º.
> (E19 falando) E como que você sabe que um dos lados vale 1?
> (E18 falando) Porque em baixo a medida é de 5cm e em cima a medida vale 3cm, então se tem 1cm em cada um dos lados: 3cm + 1cm + 1cm = 5cm.
> (E19 falando) Ah sim, está certo.
> (E20 falando) Só que para o ângulo ser de 45º, as duas figuras deveriam formar um quadrado perfeito.
> (E19 falando) Mas não forma?!
> (E18 falando) Não precisa formar, porque o retângulo também tem todos os lados iguais a 90º, independentemente de qual seja o valor indicado na figura.
> (E20 falando) Certo, mas quando o retângulo é cortado ao meio...
> (E18 falando) Oh, vamos assumir assim: os dois triângulos formados são exatamente iguais?
> (E20 falando) Sim, são iguais.
> (E18 falando) Então, quando é encaixado os dois triângulos perfeitamente iguais...
> (E20 falando) Pode formar um retângulo ou um quadrado.
> (E18 falando) Um ângulo é 90º, isso a gente sabe, o problema são os outros dois ângulos que não sabemos.
> (E20 falando) E na minha opinião não é 45º, sabe?
> (E18 falando) É, não dá para garantir né?!
> (E20 falando) Porque a altura do trapézio deveria ser 1 para formar um ângulo de 45º.
> (E20 falando) Pessoal, eu cheguei à conclusão de que a área desse trapézio é 4 vezes a altura.
> (E19 falando) Tá, mas aí colocamos o que como a altura, esse é o problema.
> (E18 falando) Mas eu concordo contigo E20, é melhor deixarmos em função da altura, uma vez que poderemos assumir qualquer valor nesse caso.
> (E20 falando) Sim, pois assim generalizamos a fórmula para qualquer valor de altura, respeitando as bases.
> (E19 falando) Certo, mas como se chega em 4 vezes h?
> (E18 falando) A base maior mais a base menor resulta em 8, que dividido por 2, fica 4 multiplicado pela altura (fórmula do trapézio).
> (E20 falando) Eu já fiz diferente, mas deu o mesmo resultado: 2 vezes 1 vezes h dividido por 2, que seria as áreas dos triângulos somado a 3 vezes h que é a área do retângulo ou quadrado, assim 3h + 1h, tem-se 4h.
> [E assim, chegaram ao consenso de deixar a fórmula em função da altura para essa questão].

No que se refere ao acompanhamento do GN1, nesta etapa, percebeu-se autonomia em equipe, uma vez que argumentaram por longos minutos a respeito de uma problematização, sem a necessidade da utilização da *internet* ou, até mesmo, do auxílio do professor como fontes imediatas de respostas. Ao invés disso, optaram por debater as questões entre eles até chegarem a um consenso, o que gerou, por consequência, envolvimento e argumentação entre os membros presentes no grupo.

O grupo GN3 também teve todos os integrantes envolvidos na discussão, mesmo tendo um integrante que não possuía microfone, dado que ele conseguia participar ativamente da resolução ouvindo os colegas e registrando seus pareceres no *chat*, que era acompanhado pelos demais. A Figura 6 mostra o contexto desse estudante respondendo aos colegas via *chat* enquanto os ouvia.

Figura 6 – Comunicação do grupo GN3



Fonte: Acervo de pesquisa

Desse grupo, é relevante destacar que o cálculo da área dos trapézios era realizado tanto utilizando a fórmula quanto decompondo o trapézio em triângulos e retângulos; no entanto, eles não conseguiram estabelecer a relação entre a fórmula para o cálculo da área dos trapézios e a decomposição em triângulos, retângulos ou quadrados.

Nessa etapa de resolução, chama-se atenção para o uso de pesquisa na *internet*, uma vez que o grupo GN3, apesar de conseguir responder parte das questões, ainda assim buscava um auxílio, via acesso à *internet*, como confirmação de resposta daquilo que pensaram, enquanto o grupo GN6 já buscava de imediato respostas prontas, reduzindo a problematização.

Na questão e, um fato despertou o interesse nesse grupo quando um dos integrantes comentou que já estava realizando matérias específicas do curso, no entanto, nunca havia parado para pensar ou ter sido questionado a respeito da aplicação de área à sua formação profissional pretendida.

> GN6: (E31 falando) Eu não faço ideia da última questão, eu não cheguei nas matérias específicas ainda.
> (E33 falando) Também não sei muito bem, isso que já estou cursando as matérias específicas.
> (E32 falando) Na Engenharia Química, a gente usa área para dimensionar equipamentos, como reator, mas não sei nada muito além disso de aplicações.
> (E31 falando) Eu faço Engenharia Elétrica, será que chegamos num consenso de resposta?
> (E32 falando) Colocamos um pouco de cada curso.
> (E31 falando) E33, será que aprendemos a calcular área de um transformador em elétrica? Nunca parei para pensar.
> (E33 falando) Deixa-me pensar... Área pode ser usada para dimensionarmos uma barragem envolvendo usina hidrelétrica.
> (E31 falando) Área de uma barragem? Mas isso não é a parte de um Engenheiro Civil?
> (E33 falando) Também não sei responder, mas deixamos como dimensionamento (A Figura 7 exemplifica o consenso dos estudantes).

Figura 7 – Resposta do GN6 para a questão e

Fonte: Acervo de pesquisa

Nesse aspecto, nota-se a falta de problemas envolvendo aplicações profissionais voltadas para a realidade desses estudantes de Engenharia. É importante destacar que os futuros profissionais do ramo não devem apenas ter acesso a esses problemas quando estiverem atuando no mundo do trabalho, mas sim durante a graduação. Em complementação a essa ênfase, Bertotti Junior e Possamai (2021, p. 199) reiteram que o ensino de Engenharia ou qualquer outra área do conhecimento com viés estritamente profissional,

> [...] não seja mais focado em problemas desvinculados à construção do conhecimento e ao contexto prático dos futuros profissionais, uma vez que o mundo pós-universidade irá exigir desses graduandos leques de problemas e situações que precisarão ser resolvidos, de fato, por eles, afinal, o papel do Engenheiro e também do Matemático envolve, essencialmente, o ato de resolver problemas. O conhecimento adquirido por eles não deve ser insuficiente para o trabalho de amanhã, o qual deve estar apto a aprender novos conhecimentos e desenvolver ainda mais suas habilidades, com base nas suas vivências e experiências desenvolvidas ao longo de sua trajetória acadêmica.

Após os grupos resolverem os problemas, passou-se à etapa de discussão e socialização dos resultados, conforme apresentado na sequência.

Etapas após a resolução

Para dar início à socialização dos resultados na plenária, os estudantes retornaram à sala virtual da turma, sendo que cada grupo usou o compartilhamento de tela para socializar seus resultados. Ou seja, a etapa de registro na lousa foi substituída pelo compartilhamento dos registros realizados pelos grupos, não ficando, desse modo, expostas todas as resoluções para já fomentar alguma análise e discussão nos grupos.

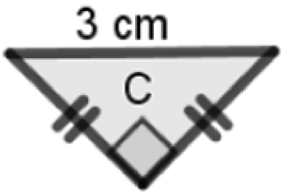
Em relação ao questionamento referente ao entendimento sobre o conceito de área, pôde-se verificar que os grupos descreveram utilizando seus conhecimentos prévios e relacionaram com situações do cotidiano, conforme verificado na fala do GM1 na plenária:

> GM1: Com relação a primeira questão, que é o que entendemos por área, definimos que é a quantificação da superfície de um objeto real ou de uma representação algébrica, tudo que existe em duas dimensões possui área que pode ser calculada.

Por outro lado, também houve respostas bem objetivas no que se refere ao entendimento de área pelos estudantes, conforme o registro escrito apontado pelo GM7: "Área = espaços delimitados".

A questão b solicitava aos estudantes para realizarem o cálculo de área de diversas figuras com formatos geométricos diferentes. Para a área do triângulo isósceles, quando a altura não havia sido informada, alguns grupos usaram o Teorema de Pitágoras para descobri-la, conforme indica a resolução do GN2 apresentada na Figura 8.

Figura 8 – Resolução da área do triângulo isósceles pelo GN7

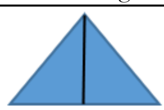


$$a^2 = b^2 + c^2 \qquad b = c$$
$$3^2 = b^2 + b^2$$
$$9 = 2b^2$$
$$b^2 = \frac{9}{2}$$
$$b = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$
$$A = \frac{b.h}{2}$$
$$A = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\frac{18}{4}}{2} = \frac{18}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Fonte: Acervo de pesquisa

Já o grupo GM6 utilizou razões trigonométricas para resolver a mesma questão. A Figura 9 mostra a resolução do grupo.

Figura 9 – Resolução da área do triângulo isósceles pelo GM6



$$\sum \hat{A}ngulos = 180°$$
$$180° = 90° + 2x$$
$$x = 45°$$
$$Tg45° = \frac{\frac{h}{1}}{\frac{3}{2}}$$
$$h = 1{,}5$$
$$A = \frac{B*A}{2}$$
$$A = \frac{3*1{,}5}{2} = 2{,}25$$

Fonte: Acervo de pesquisa

Para o cálculo da área dos trapézios, na questão c, alguns grupos lembravam da fórmula, conforme mostra a fala do grupo GM4 na plenária:

> GM4: Bem, eu sou a E5 e agora vou continuar respondendo à alternativa c. Aqui nós tínhamos quatro figuras, as quais são denominadas de trapézios e são figuras planas que possuem dois lados paralelos entre si, a base maior e a base menor. Desse modo, calculamos as áreas por meio da fórmula da definição do trapézio. Além disso, a gente escreveu qual o nome de cada trapézio, por exemplo, na figura D, temos um trapézio isósceles, o qual possui dois lados com medidas iguais, sendo que o resultado deu 12 cm². Na figura E, tem-se um trapézio escaleno, já que nenhum dos lados possuem medidas iguais, diferente do isósceles. E nas figuras F e G os trapézios já são diferentes, eles se enquadram como trapézio retângulo, então um dos lados possuem ângulo de 90º. E as áreas deles deram 15 e 18 cm².

Esse grupo foi questionado por P2 se sabiam ou já conheciam a fórmula para o cálculo da área do trapézio, sendo que o E4 respondeu à pergunta:

> P2: E a fórmula que vocês encontraram, vocês deduziram? Ou vocês já a conheciam?
> GM4: (E4 falando) Então, nos baseamos pela fórmula da área do trapézio que já conhecíamos. Mas por exemplo, com relação ao cálculo da figura F, nós poderíamos fazer pela soma da área do retângulo com a do triângulo retângulo da extremidade, e nas outras figuras também conseguimos deduzir seguindo mais ou menos esse mesmo caminho, deduzindo a área de cada figura e somando umas às outras.

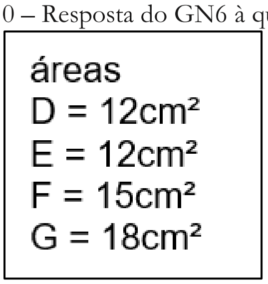
Esse diálogo permitiu compreender o processo de construção desse conhecimento pelos estudantes, evidenciando a importância da etapa da plenária como uma ferramenta de avaliação. Esta não ocorre apenas durante a resolução do problema e com base nos registros escritos dos estudantes, mas também, e especialmente, durante as discussões, que possibilitam a compreensão de aspectos não verificados nos registros escritos. Assim, a avaliação permite que se realize uma intervenção imediata durante a resolução do problema, quanto à reflexão após a prática por meio dos registros escritos apresentados pelos estudantes e dos diálogos e discussões registrados pelo professor (PIRONEL; VALLILO, 2017).

Nessa questão, outros grupos utilizaram a decomposição do trapézio em triângulos e retângulos e, nesse aspecto, Van de Walle (2009, p. 429, grifos do autor) enfatiza que:

> Um *desenvolvimento conceitual de fórmulas* é muito mais do que simplesmente fornecer fórmulas aos alunos. *Quando os estudantes desenvolvem fórmulas*, eles adquirem compreensão conceitual das ideias e das relações envolvidas e se ocupam de um dos processos reais de fazer matemática.

As estratégias utilizadas pelos estudantes ficaram mais evidentes na plenária, quando eram questionados sobre como chegaram aos resultados, pois nos registros pôde-se verificar que alguns grupos não detalharam como chegaram à solução, conforme mostra o registro do GN6 na Figura 10.

Figura 10 – Resposta do GN6 à questão c


áreas
D = 12cm²
E = 12cm²
F = 15cm²
G = 18cm²

Fonte: Acervo de pesquisa

Ressalta-se que o detalhamento escrito do processo que levou ao encontro das respostas foi, inclusive, um dos pontos elencados como critério de avaliação. Todavia, cabe salientar que a escrita nas aulas de Matemática não é uma prática comum aos estudantes e compete ao professor incentivá-los, uma vez que registrar os cálculos realizados é diferente de explicar e justificar o motivo pelo qual foram realizados e pelo qual estão corretos.

> Escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além disso, ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o aluno tem oportunidades de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. É como se pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu. (SMOLE, 2001, p. 31).

Assim, o ato de registro dos problemas constitui-se como um processo reflexivo, levando os estudantes a explicarem seus raciocínios, porém é uma etapa que precisa da intervenção do professor pedindo explicações das resoluções apresentadas e incentivando os estudantes a defenderem suas respostas.

Nesse aspecto, destaca-se alguns grupos, como o GM1 e GN1, que descreveram na plenária a estratégia usada para a resolução da questão d que solicitava a generalização da fórmula da área dos trapézios: “GM1: A questão D fizemos por dedução, sendo que a gente poderia separar esse trapézio em outras três figuras, quadrado ao meio e dois triângulos ao lado”. No registro, a equipe apresentou a generalização proposta para determinar a área dos trapézios, apresentada na Figura 11.

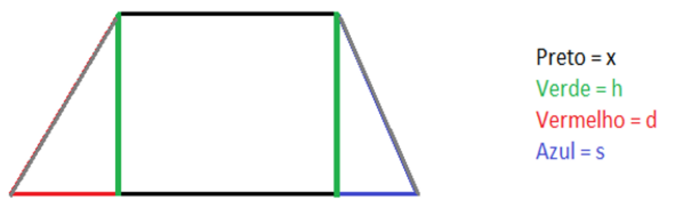
Figura 11 – Resolução da questão d (GM1)

A figura D é um trapézio; pode-se interpretá-la como a junção de dois triângulos retângulos anexos aos lados de um retângulo, de forma que sua área total seria a soma das áreas dos triângulos e do retângulo. Assim:

$A = x \times h + (s \times h)/2 + (d \times h)/2$

$A = x \times h + ((s \times h) + (d \times h))/2$

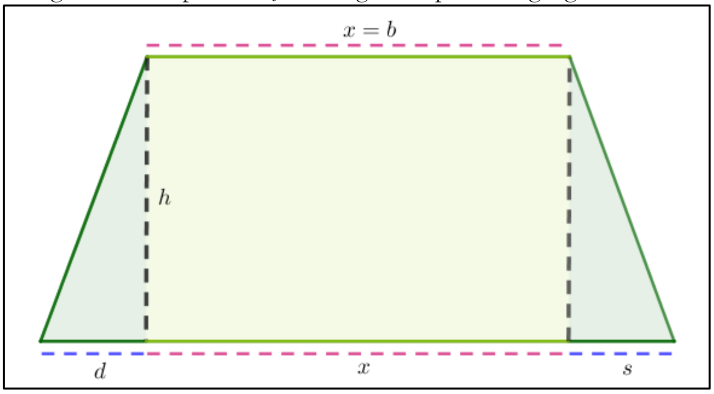
$A = x \times h + (h \times (s + d))/2$



Fonte: Acervo de pesquisa

É possível verificar que a fórmula, apontada na Figura 11 e apresentada pelo grupo, é correta e na etapa de formalização o pesquisador P1 utilizou o registro dos estudantes para chegar à representação usual, conforme apresentado na Figura 12.

Figura 12 – Representação da figura D para a linguagem formal



Fonte: Elaborado pelo autor

Na sequência, tendo como base a Figura 12, foi detalhado o raciocínio utilizado pelos estudantes e ampliado para compatibilizar a fórmula padrão do cálculo da área dos trapézios. Pode-se denominar a letra x de b, que é a base menor do trapézio. E o somatório de $d + s + x = B$, isto é, a base maior do trapézio, em que:

$$d + s = B - x$$
$$d + s = B - b$$

Assim, aplicando a fórmula de área correspondente a cada figura e fazendo a mudança de representação da linguagem apresentada pelos estudantes para a linguagem formal, tem-se:

$$A = x.h + \frac{h \cdot (s + d)}{2}$$
$$A = b.h + \left(\frac{h}{2}\right).(B - b)$$
$$A = b.h + \frac{B.h}{2} - \frac{b.h}{2}$$

Multiplicando a representação acima por 2, diz-se que:

$$2A = \left(2.b.h + \frac{2.B.h}{2} - \frac{2.b.h}{2}\right)$$
$$2A = (2.b.h + B.h - b.h)$$
$$2A = (b.h + B.h)$$
$$A = \frac{(b.h + B.h)}{2}$$

Colocando h em evidência, chega-se à generalização da fórmula para o cálculo da área do trapézio, dada por:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Nesse viés, é importante enfatizar a importância de deixar os estudantes registrarem e produzirem suas soluções utilizando nomenclaturas e representações informais, uma vez que conforme enfatiza Van de Walle (2009), a simbologia e terminologia adequadas só devem ser inseridas (pelo professor) após os conceitos/procedimentos terem sido desenvolvidos e compreendidos pelos estudantes.

Outro grupo, nessa questão, apresentou a fórmula já conhecida por eles e então tentaram justificá-la, conforme apresenta a Figura 13.

Figura 13 - Resolução da questão d (GM4)

d) Escreva uma fórmula que permita calcular a área de qualquer figura do tipo indicado no item (d)? Explique como chegaram a essa fórmula.

A= ((B+b)*H)/2

A= Área

B= Base Maior

b= Base Menor

H= Altura

F = podemos fazer a área do retângulo + área do triângulo retângulo: (base x altura) + (base x altura/2)
G = podemos fazer a área do quadrado + área do triângulo retângulo: (lado x lado) + (base x altura/2)
D = podemos fazer a área de um quadrado (lado x lado) + a área de um triângulo retângulo na direta e outro na esquerda (base x altura /2)
E = podemos fazer a área de um quadrado (lado x lado) + a área de um triângulo retângulo na direta e outro na esquerda (base x altura /2)

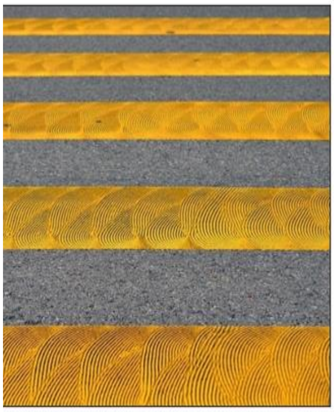
Fonte: Acervo de pesquisa

Percebe-se que eles justificaram a fórmula do cálculo da área dos trapézios por meio da decomposição da figura em triângulos e retângulo. Porém, nesse caso, faltou o grupo trabalhar algebricamente as variáveis que representam a base e a altura dessas figuras para formalizarem o raciocínio.

Nessa perspectiva, vale salientar que o detalhamento do que é discutido é requisitado não somente no ambiente acadêmico, mas também no mundo do trabalho. Chefes e gestores precisam diariamente do respaldo dos futuros profissionais ingressantes em indústrias, sejam elas de alimentos, química ou civil, para argumentar em reuniões que, frequentemente, envolvem a diretoria de uma empresa. Isso se aplica nas entregas de projetos, melhorias de processos produtivos e na solução de problemas que a empresa possa estar enfrentando. O documento (relatório) elaborado e apresentado ao gestor e, se necessário, ao diretor da empresa, deve ser suficientemente compreensível para evitar contestações de que a proposta não atende às expectativas da companhia ou é incoerente por falta de afirmações ou detalhes específicos. Nesse aspecto, Moaveni (2010, p. 5, tradução nossa) coloca que "Os engenheiros são obrigados a escrever relatórios. Esses relatórios podem ser longos, detalhados e técnicos, contendo gráficos, tabelas e desenhos de engenharia".

Com relação à questão e, que solicitava a aplicação de área no contexto profissional dos estudantes, destacam-se o registro e a fala apresentados por alguns grupos. Inclusive, grande parte dos comentários realizados pelos estudantes encontram-se evidenciados na literatura, conforme indicados no Quadro 1:

Quadro 1 - Aplicações profissionais de área na visão dos estudantes de Engenharia

Falas dos estudantes na plenária	**Registros da literatura**
 Pixabay (2020) – indústria caldeira GM1: Bem, todos nós somos do curso de Engenharia Química, então dentro desse curso, elencamos algumas aplicações de área relativos a ele. Quando se trabalha com o dimensionamento de equipamentos, que envolve cálculo de área e volume, é importante que se tenha um cálculo correto do dimensionamento para que tenhamos uma eficiência máxima na obtenção de um produto. Não adianta ter um reator muito pequeno, se não houver capacidade de produzir o que se deseja, e nem um reator muito grande, que demanda de maior quantidade de material para produzir o equipamento e que, por vezes, não compensa pelo fato da reação química não exigir um reator tão grande para obtenção do produto. Então tudo vai depender do que se deseja obter durante o processo que passa por esses equipamentos. Outra questão é com relação as áreas de ocupação desses equipamentos nas indústrias, uma vez que muita área significa muita manutenção, e pouca área significa pouco espaço para realizar os procedimentos. Além disso, existem legislações também para a ocupação de área dos próprios produtos e embalagens, sendo que não é viável ter uma embalagem muito grande, por exemplo, para um produto que ocupa pouco espaço, o cliente pode reclamar com isso, ou vice-versa, é preciso ter um padrão na hora de projetar os produtos nas embalagens. Outro exemplo, é com relação a uma lata de refrigerante, o líquido é colocado em uma embalagem cilíndrica, porque se torna melhor para o consumidor beber nesse tipo de embalagem, ao contrário se fosse em uma embalagem de formato prismático. Também é preciso otimizar as áreas para haver ganhos com isso.	O engenheiro químico pode atuar no desenvolvimento de novos produtos, na concepção de processos e na operação de plantas, pode trabalhar em um laboratório, planta piloto ou planta em larga escala. A planta piloto é construída para desenvolver as operações da unidade necessárias para executar o processo. As operações da unidade são processos químicos e físicos fundamentais que são combinados exclusivamente pelo engenheiro químico para produzir o produto desejado. Uma operação da unidade pode envolver a separação de componentes por meios mecânicos, como filtragem, sedimentação e flutuação. A separação também pode ocorrer alterando a forma de um componente - por exemplo, por evaporação, absorção ou cristalização. As operações da unidade também envolvem reações químicas como oxidação e redução. Certos processos químicos requerem a adição ou remoção de calor ou a transferência de massa. O engenheiro químico trabalha assim com trocas de calor, fornos, evaporadores, condensadores e tanques de refrigeração no desenvolvimento de processos em larga escala. Em uma planta em larga escala, o engenheiro químico continuará ajustando as operações da unidade para produzir o processo ideal com base no menor custo. (EIDE *et al.,* 2011, p. 25, tradução nossa)
 Fonte: Pixabay (2020) – tinta com microesfera aplicada a uma faixa de pedestre GM4: A gente usou exemplos de indústria que envolvem tinta, no caso, a primeira foi indústria têxtil, em que, por exemplo, a gente precisa saber a área de um tecido para conseguir tingir ele corretamente, para que não fique uma cor nem muito clara nem muito escura, dependendo do padrão definido, além disso para não ter excesso de tinta no tecido. E também a gente usou um exemplo, que achamos muito importante, que é na área de infraestrutura, que está relacionada a pintura de áreas, como ruas, faixas de pedestre, sendo que o local que precisa ser pintado, é necessário saber sua área exata, para ter conhecimento do quanto de tinta que será utilizada, bem como o tanto de microesfera que vai ser usado na tinta. A microesfera é o produto que é utilizado para que a tinta fique refletiva, então, por exemplo, à noite, quando a pista está brilhando, digamos assim, significa que tem microesfera nessa tinta. E para facilitar a produção a gente já necessita	Como o nome indica, os engenheiros químicos usam os princípios da química e das ciências básicas de engenharia para resolver uma variedade de problemas relacionados à produção de produtos químicos e seu uso em várias indústrias, incluindo as indústrias farmacêutica, eletrônica e fotográfica. A maioria dos engenheiros químicos é empregada em indústrias químicas, de refino de petróleo, filmes, papéis, plásticos, tintas e outras indústrias relacionadas. Os engenheiros químicos também trabalham nas indústrias metalúrgica, de processamento de alimentos, biotecnologia e fermentação. Eles geralmente se especializam em determinadas áreas, como polímeros, oxidação, fertilizantes ou controle de poluição. (MOAVENI, 2010, p. 18, tradução nossa) Os engenheiros químicos lidam com os princípios químicos e físicos que nos permitem manter um ambiente adequado. Eles criam, projetam e operam processos que produzem

saber certinho o quanto de tinta deverá ser utilizado por m². Se colocarmos pouca microesfera na tinta, a rua não vai ficar refletiva, e se colocarmos muita microesfera na tinta, vai ficar refletiva demais, então é muito provável de acontecer acidentes. Por exemplo, não sei se todo mundo aqui já passou pela BR-470 de noite e reparou, mas em algumas áreas a pintura tem pouca microesfera, então é perceptível que você não consegue andar direito durante a noite, porque foi feito um cálculo errado na hora de saber quanta microesfera utilizar na tinta. E isso é uma questão muito complicada, pois tanto tendo pouca ou muita microesfera na tinta aplicada a uma superfície, um acidente pode ser causado.	materiais úteis, incluindo combustíveis, plásticos, materiais estruturais, produtos alimentícios, produtos de saúde, fibras e fertilizantes. À medida que nossos recursos naturais se tornam escassos, os engenheiros químicos encontram maneiras de ampliá-los ou criar substitutos. (EIDE *et al.,* 2011, p. 24, tradução nossa)

Fonte: Elaborado pelo autor com base na fala dos estudantes

De acordo com as respostas fornecidas, verificou-se que os grupos exploraram detalhadamente a ideia de área na formação profissional pretendida, indo além do que estava registrado no documento escrito. Eles exemplificaram cada aplicação relacionada à Engenharia durante a plenária. Nesse momento, observou-se um maior interesse dos estudantes em expor seus argumentos, sendo este o único momento de socialização em que os grupos se referiram às respostas dos outros em suas falas.

A busca pelo consenso é uma etapa que ficou comprometida nesse formato de aula remota, pois houve pouca discussão entre os alunos, ficando a responsabilidade ao professor promover um confronto entre as soluções das equipes. Em uma aula presencial, com o uso da lousa, todas as soluções são apresentadas para que os estudantes possam fazer comparações e, assim, estimular a discussão em prol de um consenso. Já na aula remota, cada equipe compartilhava a tela durante sua vez de apresentação, dificultando a comparação entre as respostas.

Na formalização do conteúdo discutiu-se sobre o cálculo da área do trapézio e sobre as denominações de base maior, base menor e altura.

Na sequência apresentam-se as considerações finais frente ao relato e análise realizados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Visando analisar implicações da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, focalizando-se nas aulas de Cálculo Numérico, para generalizar a fórmula da área de trapézios a partir do conhecimento prévio dos estudantes, realizou-se, incialmente, uma revisão bibliográfica para compreender os pressupostos teóricos frente à metodologia estudada. A partir disso, verificou-se o quão importante se torna a realização de uma prática educativa baseada no ensino de matemática através da resolução de problemas para desenvolver nos estudantes, a partir da mediação do professor, a construção do conhecimento.

Como potencialidades deste trabalho, destaca-se que os estudantes mostraram autonomia, raciocínio, argumentação e discussão no processo de investigação e resolução dos problemas, possibilitando a construção de conceitos que levaram à generalização da fórmula da área de trapézios, com base em seus conhecimentos prévios. Nesse sentido, verificou-se que o problema se tornou o ponto de partida para a aprendizagem, sendo gerador da construção do conhecimento, permitindo que os estudantes também estabelecessem relações entre a área estudada e seus respectivos campos profissionais.

Há de se destacar, nesse aspecto, a importância de estimular o trabalho colaborativo durante a Resolução de Problemas. Diferentemente de uma aula tradicional, na qual os estudantes resolvem em grupos os exercícios propostos e, na sequência, comparam os resultados encontrados, nessa abordagem metodológica, precisam resolver um problema pelo qual desconhecem um caminho seguro ou um roteiro já pré-estabelecido para resolvê-lo.

Diante desse cenário, a discussão e o confronto de ideias são inevitáveis, ao mesmo tempo que as dificuldades apresentadas por determinado estudante de um grupo na resolução do problema são sanadas à medida que o debate fortalece a construção das ideias pela mediação do professor ou, até mesmo, de algum integrante do grupo que proporcione reflexões acerca dos obstáculos, principalmente ao que se refere à interpretação dos problemas. É importante, desse modo, que o professor apresente confiança em seus estudantes, de tal forma que o trabalho colaborativo se torne o fio condutor da aprendizagem, pelo qual os estudantes têm a oportunidade de defenderem seus pontos de vista e a expressão de suas vivências.

Como dificuldades encontradas na prática educativa, identificaram-se eventuais equívocos na interpretação do problema 1 (o que é comum nessa abordagem), a falta de interação dos estudantes, presencialmente, na resolução do problema, a resistência em sair do método de aulas tradicionais para a pesquisa e investigação. Em algumas situações, alguns grupos de estudantes se sentiam desconfortáveis por não receberem uma confirmação de resposta dos pesquisadores. Quando confrontados com perguntas que os fizessem refletir sobre suas respostas, não confiavam em suas decisões e buscavam validações das respostas na *internet*. E, ainda, a suposta necessidade do ensino presencial para compreender todo esse processo de resolução de problemas, já que a prática educativa ocorreu de modo síncrono devido à situação de pandemia causada pela Covid-19 e trouxe alguns limitadores como a falta de microfone e o acompanhamento simultâneo de diferentes grupos.

Apesar disso, os estudantes conseguiram construir os conceitos e procedimentos pretendidos como resultado da busca de solução para o problema apresentado. Desse modo, entende-se que ensiná-los a resolver problemas é despertar neles a capacidade de aprender a aprender, diariamente, no âmbito de habituá-los a encontrar por si próprios um caminho às respostas, inquietando-os, ao invés de dispor de imediato uma resposta elaborada pelo professor ou por alguns livros-texto de matemática.

Sugere-se, para trabalhos futuros, que outras práticas educativas sejam desenvolvidas e analisadas no contexto da Resolução de Problemas e do Ensino Superior, já que há uma fragilidade de pesquisas nesse patamar de conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In:* ONUCHIC, Lourdes de la Rosa *et al.* (Org.). *Resolução de Problemas:* Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática,* São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1-14, 2019. < https://doi.org/10.26843/rencima.v10i2.2334>

BERTOTTI JUNIOR, Vilmar Ibanor. *A Resolução de Problemas como proposta de abordagem do conteúdo de Integração Numérica em aulas de Cálculo Numérico na Educação Superior*: uma prática educativa realizada em contexto de ensino remoto. 2021. 258f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau. Blumenau.

BERTOTTI JUNIOR, Vilmar Ibanor; POSSAMAI, Janaína Poffo. Resolução de Problemas no Ensino Superior – uma análise na visão dos acadêmicos. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v. 10, n. 21, p. 184-208, 2021. < https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.184-208>

BRASIL. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia*. Brasília, 2019.

CAI, Jinfa; LESTER, Frank. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? Tradução de Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 60, p. 147-162, jan./jun. 2012.

EIDE, Arvid R. *et al. Engineering Fundamentals and Problem Solving.* 6. ed. Pensilvania: McGraw-Hill Education, 2011. 992 p.

KAUARK, Fabiana da Silva; MANHÃES, Fernanda Castro; MEDEIROS, Carlos Henrique. *Metodologia da Pesquisa*: Um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010. 86 p.

MOAVENI, Saeed. *Engineering Fundamentals*: an introduction to engineering. 4. ed. Austrália: Cengage Learning, 2010. 702 p.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, dez. 2011. Disponível em:
<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739>. Acesso em: 20/12/2023.

PIRONEL, Márcio; VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio (Org.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 279-304.

POSSAMAI, Janaína Poffo; CARDOZO, Dionei; MENEGHELLI, Juliana. Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. Amazônia: *Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, Belém, v. 14, n. 31, p. 73-87, mar./out. 2018.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER JUNIOR, Frank K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, Paul R.; SHULTE, Albert P. (Org.). *New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SMOLE, Katia Stocco. Textos em Matemática: Por Que Não? *In*: SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 29-68.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.
Disponível em:
<https://www.scielo.br/j/ep/a/3DkbXnqBQqyq5bV4TCL9NSH/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 20/12/2023.

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no Ensino Fundamental*: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

CONTRIBUIÇÃO DAS/DOS AUTORES/AS

Autor 1 – Conceituação, curadoria de dados, escrita – primeira versão, revisão e edição –, investigação e metodologia.
Autor 2 – Administração do projeto, análise formal, investigação, metodologia, supervisão e validação.

DECLARAÇÃO DE CONFLITO DE INTERESSE

Os autores declaram que não há conflito de interesse com o presente artigo.

DECLARAÇÃO DE APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA DA PESQUISA

Esta pesquisa foi submetida e aprovada pelo Comitê de Ética na Pesquisa em Seres Humanos – CEPH da Universidade Regional de Blumenau – FURB, parecer nº 4.149.696.