As equações da cinemática a partir da série de Taylor e derivadas além da aceleração

Pedro Silva

https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.15630

Submetido em: 2026-03-27
Postado em: 2026-05-05 (versão 1)
(AAAA-MM-DD)

As equações da cinemática a partir da série de Taylor e derivadas além da aceleração

Kinematic equations from Taylor series and derivatives beyond acceleration

Pedro H. O. da Silva

Universidade Federal do ABC, Centro de Ciências Naturais e Humanas, Santo André, SP, Brasil.

https://orcid.org/0000-0001-9151-0900

RESUMO: Este artigo propõe uma abordagem pedagógica para o ensino da cinemática fundamentado na expansão em série de Taylor. Demonstramos como as consagradas equações do movimento uniforme e uniformemente variado emergem naturalmente como aproximações de primeira e segunda ordem da expansão em série do vetor posição. Dessa forma, encontra-se uma origem unificada e fundamental para tais equações sem a necessidade de memorização, além de fornecer um exemplo prático para a aplicação da série de Taylor que pode ser demonstrada em aula. Essa abordagem abre espaço para a exploração do significado físico das derivadas de ordem superior da posição, como a arrancada (*jerk*), o estalo (*snap*), a crepitação (*crackle*) e o estouro (*pop*). Resgatamos a história de suas nomenclaturas, propomos uma terminologia padronizada em língua portuguesa e apresentamos exemplos de suas aplicações em engenharia e física. O objetivo é oferecer uma perspectiva que enriqueça o ensino da cinemática, reforçando o poder do cálculo diferencial como ferramenta descritiva e preditiva.

Palavras-chave: ensino de física, cinemática, série de Taylor, derivadas de ordem superior.

ABSTRACT: This article proposes a pedagogical approach to teaching kinematics grounded in the Taylor series expansion. We demonstrate how the well-established equations for uniform and uniformly accelerated motion emerge naturally as first and second-order approximations of the position vector's series expansion. This provides a unified and fundamental origin for these equations that avoids rote memorization, while also offering a practical, in-class application of the Taylor series. This approach opens the door to exploring the physical meaning of higher-order derivatives of position, such as jerk, snap, crackle, and pop. We trace the history of their nomenclature, propose a standardized terminology for the Portuguese language, and present examples of their applications in engineering and physics. The objective is to offer a perspective that enriches the teaching of kinematics, reinforcing the power of differential calculus as a descriptive and predictive tool.

Keywords: physics education, kinematics, Taylor series, higher-order derivatives.

1 Introdução

O ensino de cinemática nos cursos de física básica frequentemente se baseia na apresentação de um conjunto de equações para o movimento retilíneo uniforme (MRU) e o movimento uniformemente variado (MUV). Embora eficazes para a resolução de problemas idealizados, essa abordagem pode levar os estudantes a perceberem tais equações como leis fundamentais, às vezes desconexas entre si, sem compreenderem uma descrição mais geral do movimento.

Essa fragmentação reflete um desafio persistente no ensino de física, que ainda é predominantemente voltado para um aprendizado mecânico com o principal objetivo de resolver provas [1]. Nesse cenário, o aluno memoriza algoritmos de resolução sem se apropriar dos conceitos estruturantes, falhando em perceber a física como uma ciência de modelagem da realidade.

A dificuldade de conectar conceitos físicos com sua base matemática muitas vezes tem raízes na forma como a relação entre as duas áreas é construída desde o ensino básico. Como apontado na Ref. [2], estudantes frequentemente chegam ao ensino médio com uma visão distorcida sobre o papel da matemática na física, percebendo-as ora como disciplinas isoladas, ora como indistinguíveis. No primeiro extremo, a matemática é tratada de forma instrumentalista, utilizada apenas para calcular um resultado numérico após a escolha da ”fórmula certa”. Essa abordagem leva à memorização mecânica e desprovida de significado. No outro extremo, o modelo matemático é confundido com o fenômeno físico, obscurecendo a ideia de que as equações são descrições aproximadas da realidade, e não a realidade em si.

O problema persiste e se torna um obstáculo ainda maior no ensino superior. A introdução do cálculo diferencial e integral deveria atuar como um elemento unificador e corretivo para essas concepções. Contudo, a aplicação do cálculo na cinemática muitas vezes se limita à integração de uma aceleração constante ou derivação da posição para obter as demais equações já memorizadas do ensino médio, desperdiçando a oportunidade de discutir a origem das equações de movimento.

A busca por caminhos que superem essa limitação não é inédita, Jardim et al. [3], por exemplo, exploraram a introdução da cinemática via cálculo algébrico de Lagrange como uma alternativa ao cálculo diferencial tradicional para discutir conceitos de velocidade média e instantânea. Tais esforços demonstram a necessidade de abordagens que enriqueçam o formalismo matemático sem perder o foco conceitual.

Uma ferramenta matemática poderosa, porém subutilizada nesse contexto, é a série de Taylor. Ela permite que qualquer função suficientemente suave seja expressa como um polinômio infinito, cujos coeficientes são determinados por suas derivadas em um único ponto. Ao aplicar este conceito ao vetor posição de uma partícula, $\mathbf{r}(t)$, revela-se que as equações da cinemática clássica não são nada mais do que truncamentos desta série em ordens baixas.

Este artigo tem como objetivo apresentar essa perspectiva como uma proposta pedagógica. Argumentamos que introduzir a cinemática via série de Taylor não apenas unifica os movimentos uniforme e uniformemente variado sob um mesmo arcabouço teórico, mas também evidencia sua natureza de modelagem por aproximações. Além disso, essa abordagem nos leva a explorar as derivadas de ordem superior à aceleração. Conceitos como *jerk*, *snap*, *crackle* e *pop* são raramente discutidos em textos didáticos, em parte pela ausência de uma nomenclatura consolidada em língua portuguesa. Este trabalho, portanto, busca compreender essas quantidades pouco exploradas, revisando a história desses termos, propondo traduções e discutindo suas aplicações físicas, reforçando a ideia de que a descrição do movimento pode ser tão refinada quanto necessário.

2 Série de Taylor e as equações da cinemática

A série de Taylor permite escrever uma função $f(t)$ que seja infinitamente derivável em um ponto t_0 como uma soma infinita de termos [4, p. 465]. Sua forma geral é:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(t_0)}{n!}(t - t_0)^n, \tag{1}$$

onde $f^{(n)}(t_0)$ denota a n-ésima derivada de $f(t)$ avaliada em t_0 e $n!$ é o fatorial de n.

Habitualmente em cursos de cálculo, a série de Taylor é usada para resolver problemas puramente matemáticos, como aproximação de funções complicadas, resolução de integrais e derivadas e aproximação de limites. Quando usada para resolver equações diferenciais, muitas vezes o foco é na capacidade de resolução, não exatamente no significado dessas equações. Nas aulas de física, as aplicações da série de Taylor passadas em sala normalmente se resumem à aproximação de funções, apesar de sua aparição frequente em problemas reais [5, p. 692]. Diante disso, a abordagem proposta no presente artigo pode servir como exemplo prático da série de Taylor em aulas de matemática e, ao mesmo tempo, ilustrar sua aplicabilidade dentro da física.

Para a aplicação na cinemática, consideramos a função vetorial da posição $\mathbf{r}(t)$, responsável por descrever o movimento de qualquer objeto. Expandindo essa função em torno de um instante inicial, que por simplicidade escolhemos como $t_0 = 0$, a série de Taylor[1] se torna

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(0) + \frac{\dot{\mathbf{r}}(0)}{1!}t + \frac{\ddot{\mathbf{r}}(0)}{2!}t^2 + \frac{\dddot{\mathbf{r}}(0)}{3!}t^3 + \dots. \tag{2}$$

Aqui, usamos a notação de Newton, em que cada ponto sobre a variável indica uma derivada no tempo, i.e., $\dot{\mathbf{r}} = d\mathbf{r}/dt$.

Os primeiros coeficientes desta série são grandezas cinemáticas familiares. O termo de ordem zero, $\mathbf{r}(0) \equiv \mathbf{r}_0$, é a posição inicial. A primeira derivada é a velocidade, $\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{r}}(t)$, e a segunda é a aceleração, $\mathbf{a}(t) = \ddot{\mathbf{r}}(t)$. Avaliadas em $t = 0$, elas correspondem à velocidade inicial,

[1] Quando a expansão é feita em torno de um ponto nulo, a série também é conhecida como série de MacLaurin, um caso especial da série de Taylor.

$\mathbf{v}_0$, e à aceleração inicial, $\mathbf{a}_0$. Substituindo-as na Eq. (2), temos:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_0 t^2 + \frac{1}{6}\dddot{\mathbf{r}}(0) t^3 + \dots \tag{3}$$

Esta equação é a descrição mais geral do movimento de uma partícula, válida para qualquer trajetória analítica. Ela revela que basta saber o estado completo em um instante inicial (o conjunto $\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{a}_0, \dots$) para determinar a trajetória em todos os instantes futuros.

As equações da cinemática emergem ao impor condições sobre as derivadas, o que equivale a truncar a série em diferentes ordens. Lembrando que a derivada em relação ao tempo representa uma taxa de variação temporal, a principal condição que pode ser imposta é determinar quais quantidades são constantes.

O caso mais simples ocorre quando a partícula permanece em repouso na sua posição inicial, $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0$. Com a posição constante, todas as derivadas a partir da velocidade, ou seja, as de ordem $n \geq 1$, são nulas.

Se as derivadas de ordem $n \geq 2$ são nulas, a aceleração e todas as derivadas superiores são identicamente nulas, $\mathbf{a}(t) = \mathbf{0}$. Isso implica que a velocidade é constante e a série é truncada no termo linear:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t, \tag{4}$$

que é a equação do MRU.

Se as derivadas de ordem $n \geq 3$ são nulas, a aceleração é constante, $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_0$, e a série se encerra no termo quadrático:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_0 t^2, \tag{5}$$

que é a principal equação do MUV.

Essa perspectiva unificada mostra que o MRU e o MUV não são tipos completamente distintos de movimento, mas sim aproximações de primeira e segunda ordem para uma trajetória geral. Basta apenas identificar quais são as condições do sistema analisado.

Como apontado em [3], é compreensível que termos de ordens superiores possam ser desconsiderados para evitar detalhes excessivos em disciplinas básicas. Porém existe uma total omissão, mesmo que apenas conceitual, sobre a existência desses termos e as suas aplicações. Qual o significado físico das terceira, quarta e demais derivadas da posição que os acompanham? Explorar essas questões nos leva a uma compreensão mais rica e detalhada da cinemática, raramente abordada em cursos de física básica e que cobriremos de forma sucinta a seguir.

3 Derivadas de ordem superior

3.1 Arrancada

A derivada da aceleração é mais comumente chamada em inglês de *jerk*, termo padronizado pela norma ISO 2041 [6]. Ainda assim, é possível encontrar na literatura anglófona outros termos, como *impulse*, *shock*, *pulse* e *super-acceleration*, que são problemáticos por remeterem a outras quantidades ou fenômenos físicos [7].

Os estudos da aplicabilidade da terceira derivada da posição remontam ao século XIX. Já a origem do nome remete ao alemão *Ruck* ("solavanco"), proposto pela primeira vez em 1928 e nomeado devido à sensação física causada por uma variação brusca da aceleração [9].

No português, ainda não há um consenso sobre o nome dessa quantidade. A única aparição do *jerk* em livros-texto de física básica traduzidos, até onde este autor pôde apurar, ocorre na série *Física de Sears & Zemansky*, com uma curiosa divergência de traduções. No Volume I, no contexto da cinemática, a escolha da tradução foi por "solavanco" [10, p. 43], enquanto no Volume II, quando o assunto era o movimento harmônico, o mesmo conceito é referido como "sacudida" [11, p. 72]. Buscando um termo que capture a essência da variação da aceleração, adotaremos aqui a sugestão de *arrancada*, já sugerida no contexto de ensino [12].

A arrancada, $\mathbf{j}(t)$, é formalmente definida como a taxa de variação da aceleração em relação ao tempo, ou seja, a terceira derivada temporal do vetor posição:

$$\mathbf{j}(t) = \frac{d\mathbf{a}}{dt} = \frac{d^3\mathbf{r}}{dt^3}. \tag{6}$$

Enquanto a aceleração mede quão rapidamente a velocidade de um objeto muda, a arrancada mede quão rapidamente é a mudança na sua aceleração. Essa distinção é crucial para entender a suavidade de um movimento.

Um exemplo claro para diferenciar as duas grandezas é a partida de um carro. A aceleração é a responsável pela sensação de ser continuamente pressionado contra o encosto. Quanto maior a aceleração, mais intensa é essa força constante que o empurra para trás, de acordo com a segunda lei de Newton ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$). A arrancada, por outro lado, está ligada ao início desse empurrão, quando há o começo da variação na aceleração. Se o motorista pisa bruscamente no acelerador (arrancada alta), o passageiro sente um tranco violento, pois a força surge de forma quase instantânea. Por outro lado, se o motorista acelera suavemente (arrancada baixa), a força aumenta de forma gradual e o passageiro é pressionado contra o banco de maneira progressiva, sem o desconforto do choque inicial. Portanto, a arrancada não mede a força em si, mas a rapidez com que ela é aplicada ou alterada, determinando se a transição do movimento é súbita ou suave.

Essa conexão com a força pode ser formalizada estendendo a análise da cinemática para a dinâmica. Considerando uma massa constante, ao derivarmos os dois lados da segunda lei de Newton obtemos:

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = m\frac{d\mathbf{a}}{dt} = m\mathbf{j}. \tag{7}$$

Esse resultado mostra que a arrancada de um corpo é diretamente proporcional à taxa de variação da força resultante. Na literatura anglófona, a taxa de variação da força, $d\mathbf{F}/dt$, é informalmente denominada *yank*, $\mathbf{Y}$. Devido a essa proporcionalidade direta, propomos o termo *puxão* em português, como a causa dinâmica da arrancada. Controlar a arrancada em um sistema equivale, portanto, a controlar o puxão.

Arrancadas altas são bastante prejudiciais ao corpo, que pode não reagir a tempo à mudanças de aceleração brusca. Um exemplo é a síndrome do chicote, um trauma que geralmente acontece no pescoço durante batidas de carro, onde o impacto gera uma desaceleração brusca, e, por consequência, uma arrancada alta. Devido a esses efeitos fisiológicos, a arrancada é uma quantidade crucial em projetos de engenharia que envolvem o transporte de passageiros ou cargas sensíveis. Em elevadores modernos e trens de alta velocidade, os sistemas de controle são projetados para limitar o valor máximo da arrancada, garantindo que a aceleração aumente e diminua suavemente, proporcionando uma viagem confortável.

O movimento circular também demonstra a importância de considerar a arrancada em determinados sistemas. No movimento circular uniforme, por exemplo, uma partícula se move com velocidade de módulo constante, v, em uma trajetória de raio R. Embora o módulo da aceleração (centrípeta, $a_c = v^2/R$) seja constante, seu vetor aponta sempre para o centro, mudando de direção continuamente. Essa variação do vetor aceleração implica uma arrancada não nula, com módulo $j = v^3/R^2$. Esse fato se torna um problema prático no projeto de estradas e ferrovias. Uma transição abrupta entre uma seção reta (curvatura nula) e uma circular (curvatura $1/R$) implicaria uma mudança instantânea na aceleração centrípeta, resultando em uma arrancada infinita. Para evitar o solavanco perigoso que isso causaria, engenheiros utilizam curvas de transição, como a clotoide (ou espiral de Euler), cuja curvatura varia linearmente [13]. Ao usar a clotoide, a aceleração centrípeta aumenta de forma gradual, garantindo uma arrancada finita e controlada, o que torna a curva mais segura e confortável. Esse é o princípio por trás dos loops de montanhas-russas que, por mais que muitas vezes sejam representados como circulares em ilustrações, na verdade seguem uma curvatura suave que minimiza a arrancada sobre os passageiros [14].

Embora a maioria das teorias físicas fundamentais não dependa de derivadas além da aceleração, existe uma exceção notável no eletromagnetismo clássico. Quando uma partícula carregada acelera, ela libera radiação. A emissão da radiação faz com que a partícula sinta uma força de reação, chamada força de Abraham-Lorentz [15, p. 489], cuja expressão é dada por

$$\mathbf{F}_{\text{AL}} = \frac{2}{3}\frac{q^2}{c^3}\mathbf{j}, \tag{8}$$

onde q é a carga elétrica da partícula e c é a velocidade da luz no vácuo. A versão generalizada dessa força, que leva em consideração efeitos relativísticos, continua exibindo uma dependência explícita da arrancada.

3.2 Estalo, crepitação e estouro

A nomenclatura para as derivadas além da arrancada é mais exótica e menos padronizada. A quarta, quinta e sexta derivadas da posição são comumente chamadas em inglês de *snap*, *crackle* e *pop*, respectivamente.

A origem desses termos é folclórica. Snap, Crackle e Pop são onomatopeias para sons de estalo ou crocância, motivo pelo qual foram utilizadas para batizar os três mascotes do cereal *Rice Krispies*, da empresa Kellogg's, na década de 1930, que popularizou os nomes em conjunto.

A aplicação desses termos na física, por outro lado, não é tão fácil de ser rastreada, principalmente por serem conceitos de uso cada vez menos comum. Sprott (1997) sugeriu que os termos teriam sido associados às derivadas pela primeira vez em uma discussão entre físicos no *Usenet*, um precursor dos fóruns de internet, em 1996 [8]. Desde então, os termos ganharam uma leve tração na literatura especializada, porém nunca foram universalmente padronizados.

Dada a completa ausência desses termos em livros didáticos em português, propomos traduções literais que mantêm a sonoridade e evitam confusão com outros conceitos físicos. São eles: o *estalo* (*snap*),

$$\mathbf{s} = \frac{d\mathbf{j}}{dt} = \frac{d^4\mathbf{r}}{dt^4}; \tag{9}$$

a *crepitação* (*crackle*),

$$\mathbf{c} = \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{d^5\mathbf{r}}{dt^5}; \tag{10}$$

e o *estouro* (*pop*),

$$\mathbf{p} = \frac{d\mathbf{c}}{dt} = \frac{d^6\mathbf{r}}{dt^6}. \tag{11}$$

Com essa terminologia, podemos reescrever a expansão de Taylor para a posição de forma explícita, revelando a contribuição de cada grandeza no instante inicial:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_0 t^2 + \frac{1}{6}\mathbf{j}_0 t^3 + \frac{1}{24}\mathbf{s}_0 t^4 + \frac{1}{120}\mathbf{c}_0 t^5 + \frac{1}{720}\mathbf{p}_0 t^6 + \dots \tag{12}$$

Esta expressão ajuda a visualizar como a complexidade do movimento é construída camada por camada a partir das condições iniciais. É possível notar também que as correções se tornam progressivamente menores, graças ao aumento no valor do denominador.

Enquanto a arrancada possui aplicações claras e perceptíveis, as derivadas de ordem superior são relevantes em contextos muito mais especializados, onde um nível extremo de suavidade no movimento é necessário. Enquanto minimizar a arrancada suaviza a mudança na aceleração, minimizar o estalo suaviza a mudança na arrancada, e assim por diante.

A aplicação dessas derivadas é encontrada principalmente em campos que exigem alta precisão. Por exemplo, no projeto de robôs industriais, máquinas de usinagem (CNC) e sistemas de posicionamento de drones, telescópios e satélites, um movimento brusco, mesmo que com arrancada controlada, pode induzir vibrações indesejadas na estrutura mecânica. Controlar o estalo (e, em casos extremos, a crepitação e o estouro) ajuda a minimizar essas vibrações, permitindo movimentos mais rápidos e precisos. Outra aplicação importante dessas derivadas está na biomecânica, especialmente no estudo de movimentos do corpo humano. Em [16], uma revisão bibliográfica dessas aplicações é apresentada.

Portanto, essas derivadas representam níveis progressivamente mais refinados de controle do movimento, cuja importância é enorme em áreas onde a precisão e a minimização de efeitos dinâmicos secundários são primordiais.

De forma análoga à relação entre arrancada e puxão, as derivadas superiores da força também recebem nomes informais na literatura anglófona, que teriam se originado nas mesmas discussões online entre físicos. Seguindo a mesma lógica de correspondência a movimentos bruscos, propomos as seguintes traduções, reconhecendo seu caráter de proposta inicial para fomentar o debate: o *tranco* (*tug*, $\mathbf{T}$) como a taxa de variação do puxão, associado ao estalo; o *arrebate* (*snatch*, $\mathbf{S}$), ligado à crepitação; e o *abalo* (*shake*, $\mathbf{Sh}$), proporcional ao estouro.

Assim, a hierarquia das derivadas da força descreve níveis progressivamente mais refinados de controle sobre a aplicação de uma força, correspondendo diretamente aos graus de suavidade do movimento resultante.

4 Considerações Finais

A apresentação da cinemática através da série de Taylor oferece uma alternativa pedagógica capaz de trazer um exemplo prático tanto para aulas de física quanto matemática. Em vez de um conjunto de fórmulas a serem memorizadas, os estudantes são apresentados a um princípio unificador que revela o MRU e o MUV como aproximações naturais de primeira e segunda ordem para qualquer movimento suave. Essa perspectiva não apenas fortalece a conexão entre o cálculo e a física, mas também promove uma compreensão mais profunda sobre a natureza das modelagens científicas como aproximações da realidade.

É importante reconhecer, contudo, que a implementação direta desta abordagem enfrenta desafios práticos. A sua viabilidade no ensino de física depende de uma articulação curricular em que os conceitos de cálculo, especialmente a série de Taylor, sejam apresentados antes ou em paralelo com a cinemática. Tal sincronia nem sempre ocorre nos cursos de graduação, e a falta de tempo pode ser um fator limitante. Por outro lado, a aplicação dessa abordagem parece mais viável em cursos intermediários de cálculo, onde a cinemática pode ser usada como exemplo de aplicação prática da série de Taylor.

No contexto do ensino médio, embora o formalismo matemático seja inviável, a ideia central pode ser explorada conceitualmente. O professor pode usar analogias para explicar que as equações estudadas são parte de uma única expressão e que é possível estudar o movimento de maneiras cada vez mais complexas com a precisão que for necessária, enriquecendo a visão dos estudantes sobre a ciência.

A discussão sobre a história das derivadas de ordem superior e a sugestão de uma terminologia em português para a arrancada, o estalo, a crepitação e o estouro, bem como para as derivadas da força (puxão, tranco, arrebate e abalo), buscam fomentar o debate e oferecer um ponto de partida para a eventual consolidação desses conceitos no ensino de física. Acreditamos que, mesmo com suas limitações práticas, essa abordagem integrada pode inspirar educadores e ajudar a transformar o estudo da cinemática de um exercício de aplicação de fórmulas em uma investigação fascinante sobre a matemática que descreve a natureza do movimento em suas mais variadas nuances.

Declaração de conflito de interesse

O autor declara que não há conflito de interesse

Declaração de disponibilidade de dados da pesquisa

Todo o conjunto de dados de apoio aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

Declaração de uso de IA

Não houve utilização de ferramentas de Inteligência Artificial.

Referências

[1] M. A. Moreira, Revista Brasileira de Ensino de Física **43**, e20200451 (2021)

[2] E. C. Ricardo e J. C. A. Freire, Revista Brasileira de Ensino de Física **29**, p. 251-266 (2007)

[3] W. T. Jardim, V. J. V. Otoya, J. R. D. Souza, Revista Brasileira de Ensino de Física **38**, 1312 (2016).

[4] H. L. Guidorizzi, *Um curso de cálculo* (LTC, Rio de Janeiro, 2013), v.1.

[5] J. Stewart, *Cálculo, volume 2* (Cengage Learning, São Paulo, 2014).

[6] International Organization for Standardization. (2018). *Mechanical vibration, shock and condition monitoring - Vocabulary* (ISO Standard No. 2041:2018).

[7] M. Visser, Class. Quant. Grav. **21**, 2603 (2004).

[8] J. C. Sprott. American Journal of Physics **65**, 537 (1997).

[9] S. H. Schot, American Journal of Physics **46**, 1090 (1978).

[10] H. D. Young e R. A. Freedman, *Física I: Mecânica - Sears & Zemansky* (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2016), 14ª ed.

[11] H. D. Young e R. A. Freedman, *Física II: Termodinâmica e Ondas - Sears & Zemansky* (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2016), 14ª ed.

[12] F. L. da Silveira, *O que é arrancada ou arranque?*, disponível em: https://cref.if.ufrgs.br/?contact-pergunta=o-que-e-arrancada-ou-arranque.

[13] F. de Simoni, Revista Brasileira de Ensino de Física **40**, e3301 (2018)

[14] A. M. Pendrill, D. Eager. Physics Education, **55**, 6, 065012 (2020).

[15] D. J. Griffiths. *Introduction to electrodynamics* (Cambridge University Press, 2023), 4ª ed.

[16] H. Hayati, D. Eager, A. M. Pendrill, H. Alberg, Vibration, **3(4)**, 371-409 (2020).