

Estado: El preprint no ha sido enviado para publicación

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DEL PROCESO DE LODO ACTIVADO CON PROGRAMACIÓN ORIENTADA A OBJETOS

Gina Maria Ortega García, Victoria Eugenia Navia Ruiz

<https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.1518>

Este preprint fue presentado bajo las siguientes condiciones:

- Los autores declaran que son conscientes de que son los únicos responsables del contenido del preprint y que el depósito en SciELO Preprints no significa ningún compromiso por parte de SciELO, excepto su preservación y difusión.
- Los autores declaran que la investigación que dio origen al manuscrito siguió buenas prácticas éticas y que las aprobaciones necesarias de los comités de ética de investigación se describen en el manuscrito, cuando corresponda.
- Los autores declaran que se obtuvieron los términos necesarios del consentimiento libre e informado de los participantes o pacientes en la investigación y se describen en el manuscrito, cuando corresponde.
- Los autores declaran que la preparación del manuscrito siguió las normas éticas de comunicación científica.
- Los autores declaran que el manuscrito no fue depositado y/o previamente puesto a disposición en otro servidor de preprints.
- El autor que presenta declara que todos los autores responsables de la preparación del manuscrito están de acuerdo con este depósito.
- Los autores declaran que en el caso de que este manuscrito haya sido enviado previamente a una revista y esté siendo evaluado, han recibido el consentimiento de la revista para realizar el depósito en el servidor de SciELO Preprints.
- Los autores declaran que si el manuscrito se publicará en el servidor SciELO Preprints, estará disponible bajo licencia [Creative Commons CC-BY](#).
- El manuscrito depositado está en formato PDF.
- El autor que hace el envío declara que las contribuciones de todos los autores están incluidas en el manuscrito.
- Si el manuscrito está siendo revisado y publicado por una revista, los autores declaran que han recibido autorización de la revista para hacer este depósito.

Enviado en (AAAA-MM-DD): 2020-11-25

Postado en (AAAA-MM-DD): 2020-11-30

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DEL PROCESO DE LODO ACTIVADO CON PROGRAMACIÓN ORIENTADA A OBJETOS

Gina María Ortega García¹ & Victoria Eugenia Navia Ruíz²

RESUMEN

El proyecto realizado para escribir este artículo se hizo con el fin de formular un modelo matemático que permite diseñar una planta de tratamiento de aguas residuales que incluye un proceso de lodo activado, y otro modelo matemático para simular el proceso de lodo activado mediante la aplicación DiSimuLAc. Para tal fin se analizaron las unidades de mayor importancia en una planta de tratamiento de aguas residuales, sus características y diseño para su posterior implementación computacional tomando como unidades para tratamiento preliminar: Desbaste, Desarenado y Eliminación de Grasas y aceites. En cuanto al proceso de Lodo Activado se realizó un análisis detallado del proceso, sus etapas, configuraciones y la descripción matemática correspondiente. El sedimentador que forma parte de este proceso se dimensionó de acuerdo a la caracterización del efluente final de la planta.

DiSimuLAc es la aplicación obtenida de la implementación computacional de los modelos que se realizó en Borland® Delphi® for Microsoft® Windows™ Versión 10.0.2288.42451 de Borland® Software Corporation distribuido como Turbo Delphi.

Este proyecto trae consigo grandes avances en el campo de la ingeniería ambiental tanto para estudiantes como profesores ya que se creó un software con el cd de instalación de la aplicación DiSimuLAc y con su respectivo manual del usuario, esta aplicación simplifica los cálculos y permiten un desarrollo eficaz del diseño de una planta de tratamiento de aguas residuales con Lodo Activado y la simulación de este proceso.

Palabras claves: Simulación, Modelación, Lodo Activado, Planta de tratamiento, Parámetros cinéticos.

MATHEMATICAL MODELING AND COMPUTATIONAL SIMULATION OF THE ACTIVATED SLUDGE PROCESS WITH OBJECT-ORIENTED PROGRAMMING

ABSTRAC

The project carried out to write this article was made in order to formulate a mathematical model that allows the design of a wastewater treatment plant that includes an activated sludge process, and another mathematical model to simulate the activated sludge process using the DiSimuLAc application. . For this purpose, the most important units in a wastewater treatment plant, their characteristics and design were analyzed for their subsequent computational implementation, taking as units for preliminary treatment: Roughing, Desanding and Elimination of Fats and oils. Regarding the Activated Sludge process, a detailed analysis of the process, its stages, configurations and the corresponding mathematical

¹ Gina María Ortega García, Ingeniera Ambiental Universidad del Cauca. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3187-5005>

² Victoria Eugenia Navia Ruíz, Ingeniera Ambiental Universidad del Cauca. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4870-1733>

description was carried out. The settler that is part of this process was sized according to the characterization of the final effluent from the plant.

DiSimuLac is the application obtained from the computational implementation of the models that was carried out in Borland® Delphi® for Microsoft® Windows™ Version 10.0.2288.42451 from Borland® Software Corporation distributed as Turbo Delphi.

This project brings great advances in the field of environmental engineering for both students and teachers since a software was created with the installation CD of the DiSimuLac application and with its respective user manual, this application simplifies the calculations and allows a development effective design of a wastewater treatment plant with Activated Sludge and the simulation of this process.

Keywords: Simulation, Modeling, Activated Sludge, Treatment plant, Kinetic parameters.

INTRODUCCIÓN

Según Rittmann [17], el proceso de lodo activo es, con seguridad, el proceso biológico más utilizado para el tratamiento de aguas residuales municipales e industriales. El proceso de lodo activado se clasifica como un tratamiento de tipo secundario, en la depuración de aguas residuales. Es un proceso esencialmente aeróbico, La Figura 1 presenta un diagrama del proceso de lodo activado, en esta puede observarse como en primera

instancia el agua residual entra a un pretratamiento constituido por una cámara de rejillas (A) para eliminar los sólidos suspendidos que no forman propiamente parte del proceso. Posteriormente el agua residual pasa a un reactor (B) llamado tanque de aireación en el cual se encuentran flóculos en suspensión denominados lodo activo, los cuales están formados por un conjunto de microorganismos. El agua residual se mezcla con los flóculos ya sea por aireación u otros medios mecánicos.

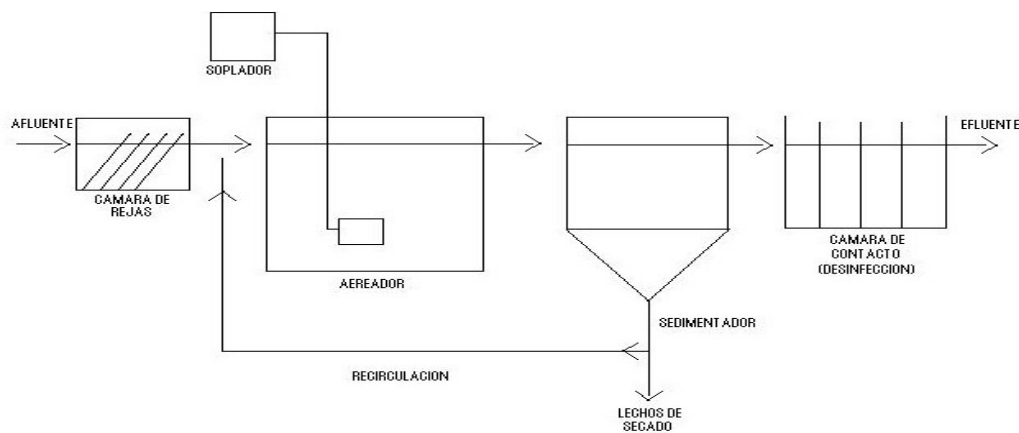


Figura 1. Diagrama de flujo del proceso de lodo activado. (Tomado de www.geocities.com)

El efluente del reactor de aireación pasa al sedimentador (C) donde los lodos caen por acción de la gravedad y una parte es recirculada al tanque aireador para aumentar la concentración de microorganismos y la otra es desechada. Para finalizar el efluente tratado es vertido a una fuente receptora o si es necesario

pasa a un proceso posterior, en la Figura 1, se muestra un proceso de desinfección (D) para terminar con el tratamiento.

La simulación, es el proceso de formular y resolver un modelo matemático que describe el comportamiento de un sistema real con la finalidad de evaluar nuevas

estrategias para el funcionamiento del mismo o de anticipar la respuesta que este puede presentar ante el cambio en algunas de sus variables de operación. La simulación del proceso de lodos activados, constituye una herramienta útil que permite explorar diferentes alternativas en el proceso de diseño y evaluación, puede ayudar a desarrollar sistemas más acordes con las características de las aguas residuales y mejorar el control sobre las diferentes variables del proceso de lodo activado durante su operación.

Este proyecto pretende recolectar de forma sistemática la información reportada

en la literatura sobre el proceso de lodo activado, con el fin de formular un modelo matemático que permita simular y diseñar un proceso de lodo activado, a través de un software en entorno Windows.

METODOLOGÍA

La implementación de los objetos identificados en este trabajo se realizó en Borland® Delphi® for Microsoft® Windows™ Versión 10.0.2288.42451 de Borland® Software Corporation distribuido como Turbo Delphi.

Tabla 1. Objetos identificados para la implementación computacional

Objeto Real	Clase definida	Implementación
Sección de desbaste	TDesbaste	UDesbaste.pas
Desarenador	TDesarenador	UDesarenador.pas
Trampa de Grasas	TGrasas	UGrasas.pas
Proceso de Lodo Activado	TProcesoLodoActivado	ULodoActivado.pas
Sedimentador Secundario	TSedimentador	USedimentador.pas

El control de la interface con el usuario es realizado por el objeto de clase TSimLodoActivado el cual se define en la unidad USimulador. Este objeto tiene como función responder a los eventos generados por el usuario o por alguno de los objetos que lo conforman.

Los eventos generados por el usuario para efectuar el diseño de las unidades de tratamiento preliminar y de lodo activado, son presentados en la Tabla 2 y pueden ser originados por la activación de los elementos del menú principal o desde su conexión con alguno de los elementos gráficos de que dispone el objeto.

Tabla 2. Eventos activados por el usuario a través de la interface gráfica.

Objeto Real	Variable	Evento
Sección de desbaste	VDesbaste	TSimLodoActivado.InicioDesbasteClick
Desarenador	VDesarenador	TSimLodoActivado.RadioGroup1Click
Trampa de Grasas	VGrasas	TSimLodoActivado.InicioGrasasClick
Proceso de Lodo Activado	VProcesoLodoActivado	TSimLodoActivado.RadioGroup2Click
Sedimentador Secundario	VSedimentador	TSimLodoActivado.InicioSedimentadorClick

Las variables citadas en la Tabla 2 son de tipo clase y han sido definidas para representar cada uno de los objetos que conforman el objeto TSimLodoActivado,

confiriéndole la estructura presentada en la Figura 2. En esta figura se puede apreciar que todos los objetos utilizan la unidad uauxiliar.Pas en la cual se encuentran

definidos los tipos estructurados utilizados en el desarrollo de los códigos, las tablas de datos (Coef.Manning.DB, Resulsim.DBF, Pcineticos.DB, UAPBAP.DB) ligadas a su respectivo manejador y los objetos diseñados para calcular las diferentes secciones del sistema de tratamiento. Con

esta estructura se mantiene la independencia de cada uno de los objetos y le permite al objeto TSimLodoActivado el acceso a todas las variables públicas definidas en cada una de las clases implementadas.

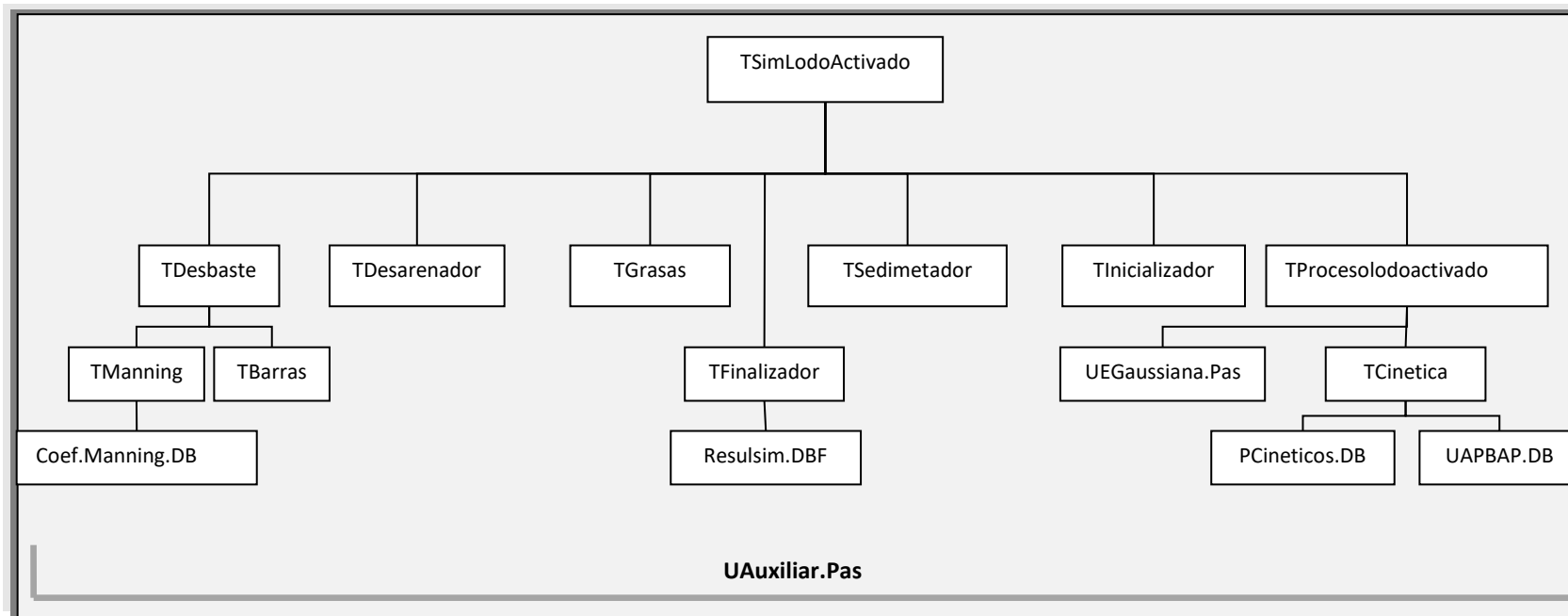


Figura 2. Estructura general del objeto TSimLodoActivado (con los objetos, tablas y unidades desarrolladas para la aplicación).

La interface gráfica de este objeto al igual que la de los otros objetos desarrollados está elaborada con los objetos gráficos estándar de cualquier aplicación del sistema Windows y estos son suministrados como parte integral de Delphi.

ANÁLISIS DE LA OPERACIÓN DEL PROCESO DE LODO ACTIVADO CON LA APLICACIÓN "DiSimuLac"

En la formulación del modelo matemático del proceso de lodo activado se definieron como características operacionales, la razón de purga (R_p), la razón de sólidos (R_s), la razón de recirculación (RR) y la eficiencia del sedimentador (E). A continuación se realiza el estudio de la Influencia de estas en el proceso de lodo activado y su impacto en el dimensionamiento de reactores CSTR (mezcla completa) y PFR (flujo pistón), para esto se consideraron dos tipos de sustrato, leche desnatada y residuo doméstico, los cuales implican juegos de parámetros cinéticos diferentes (comunidades microbianas diferentes). La Tabla 3 presenta los valores iniciales para las corridas de simulación.

Tabla 3. Valores iniciales para las corridas de simulación.

Especificación	Valor
Afluente	
Caudal del afluente (m^3/d)	9000
Concentración de sustrato (mg/l)	500
Concentración de inerte (mg/l)	50
Estimados iniciales	
Sustrato final (mg/l)	0,5
Sólidos volátiles recirculados (mg/l)	2500
Parámetros cinéticos leche desnatada	
Y (mg ssv/mg s)	0,48
K (mg_sl/l)	100
q (mg_s/mg_x-d)	5,1
b (1/d)	0,045
fd	0,8
Parámetros cinéticos Residuo Doméstico	
Y (mg ssv/mg s)	0,5
K (mg_sl/l)	120
q (mg_s/mg_x-d)	26,4
b (1/d)	0,06
fd	0,8

INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS OPERACIONALES SOBRE EL VOLUMEN

En un proceso de lodo activado donde se varia la eficiencia del sedimentador permanecen constantes la razón de purga, la razón de recirculación y la razón de sólidos ocasionando que todos los caudales del proceso permanezcan también constantes, trae consigo un incremento en la concentración de sólidos del recirculado, que en teoría disminuye el tiempo de retención hidráulico lo que se traduce en una disminución del volumen del reactor. En las figuras se presentan los resultados obtenidos para una corrida de simulación utilizando los parámetros cinéticos para leche desnatada en reactores CSTR y PFR. En la Figura 3 se observa el comportamiento del volumen respecto a la eficiencia en un reactor CSTR consistente con lo expuesto anteriormente, a diferencia de lo que se observa en la curva para el reactor PFR, en este caso el volumen del reactor permanece constante mientras la eficiencia del sedimentador aumenta esto se debe a que el tiempo de retención hidráulico de un reactor PFR, depende de los parámetros cinéticos y de la concentración de sustrato a la salida del reactor. Para efectos de las corridas con el reactor PFR esta concentración se mantuvo constante (0,5mg/l) ya que el sistema de ecuaciones diferenciales con que se modela este reactor se soluciona con el método de Runge Kutta (Apéndice 2) el cual además de las condiciones iniciales necesita detener la integración en un valor límite. Cabe aclarar que el volumen alcanzado por el PFR es mayor que el del CSTR debido a que el nivel de conversión en el PFR es mayor que en el CSTR.

Para el desarrollo de los modelos matemáticos la razón de purga (R_p) se define como el caudal de lodos (Q^w) dividido entre el caudal de alimentación al sistema (Q^0), en este orden de ideas, en el reactor PFR un aumento de R_p produce un incremento en Q^w lo que genera un incremento en el caudal en Q^F y Q^r el

aumento de este último produce una disminución en la concentración de biomasa activa que mitiga el efecto de dilución en el punto de mezcla, por tanto la concentración de biomasa a la entrada del reactor aumenta al igual que a la salida del reactor lo que lleva a el descenso de retención hidráulica influyendo directamente en el volumen. En el reactor CSTR al aumentar Q^w aumenta Q^r como se describió anteriormente se disminuye la concentración de biomasa en la recirculación y aumenta la biomasa a la salida del reactor de manera proporcional lo que hace que el tiempo de retención hidráulica y el tiempo de retención de sólidos permanezcan constantes, haciendo que la variación en el volumen del reactor dependa solo del caudal de entrada que al sumarlo con Q^r aumenta, incrementando el volumen del reactor.

En la construcción de este modelo matemático razón de recirculación (RR) se define como el cociente del caudal de recirculación (Q^r) y el caudal de fondo del sedimentador (Q^f). Un aumento en RR incrementa el caudal de recirculación, lo que aumenta el caudal de entrada al reactor y amortigua el efecto de dilución que se da en el punto de mezcla entre el caudal del afluente (Q^0) y Q^r ubicado antes del reactor, lo que causa un incremento de la concentración de biomasa activa a la entrada del reactor, En el reactor PFR la tasa de agotamiento de biomasa activa es mayor a tasa de generación por lo que la biomasa dentro del reactor empieza a disminuir al igual que el tiempo de retención de sólidos y el tiempo de retención hidráulico reflejándose en menor volumen en el reactor. En el reactor CSTR la tasa de generación de biomasa es mayor a la tasa de agotamiento provocando en la biomasa activa dentro del reactor un incremento al mismo tiempo que lo hace la tasa de crecimiento Neta teniendo como consecuencia tiempo de retención de sólidos constante por lo que el volumen disminuye. En la Figura 3 se puede observar un punto de inflexión en la curva de RR esto se atribuye que la tasa de

agotamiento incrementa provocando un comportamiento contrario al anterior haciendo que el volumen aumente.

La razón de sólidos es el cociente de la biomasa activa y los sólidos volátiles en el sedimento considerando que todas las partículas sedimentan de la misma forma es decir que no hay segregación entre la biomasa activa y los sólidos volátiles totales. El efecto de la variación de la razón de sólidos (R_s) en el volumen del reactor CSTR (mezcla completa) se refleja en un aumento brusco del volumen del reactor cuando R_s es muy alta ya que la concentración de sólidos aumenta influyendo directamente en el tiempo de retención de sólidos y a su vez en el volumen del reactor.

El comportamiento del volumen frente a la variación de la razón de sólidos en el reactor PFR (flujo a pistón), se evidencia una disminución del volumen mientras la R_s aumenta, lo que repercute en un aumento de la biomasa activa, conducida hacia el reactor gracias a la recirculación y permitiendo una mayor degradación del sustrato y llegando al estimado final con un menor volumen.

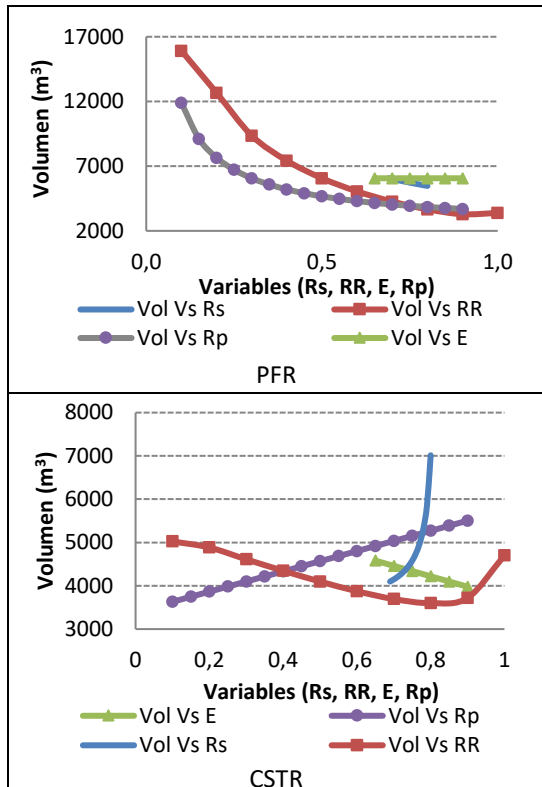


Figura 3. Comportamiento del volumen frente a las características operacionales entre un reactor PFR y CSTR con residuo de leche desnatada.

INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS OPERACIONALES SOBRE LA CONCENTRACIÓN DE SUSTRATO EN EL EFLUENTE

El método de Runge – Kutta resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales que modela el reactor PFR (flujo a pistón), utilizando en la integración, la concentración de sustrato en el efluente (0,5mg/l) como valor limitante. En la Figura 4 se puede observar las variaciones que el programa “DiSimuLAc” realizó para llegar al resultado final cumpliendo con el estimado, donde se visualiza la estabilidad matemática al solucionar el balance del reactor. La oscilación en la grafica se encuentra en un rango muy pequeño, entre 0,506 mg/l y 0,510 mg/l pese a utilizar un sistema iterativo con tamaño de paso diferente. Para la solución del reactor CSTR (mezcla completa) se utiliza el método de Newton Raphson (Apéndice 1)

ya que su comportamiento es diferente a el PFR, se puede observa que sin importar la variación de la eficiencia, de la razón de purga y de la recirculación el sustrato en el efluente se mantiene constante esto se atribuye a que al utilizar cinética de Monod la variación del sustrato final depende de los parámetros cinéticos utilizados y en este caso no se varían. Al aumentar la razón de sólidos se puede notar que la concentración del sustrato disminuye, esto ocurre ya que la razón de sólidos está relacionada directamente con la biomasa activa, por tanto si se aumenta la concentración de microorganismos aumenta la tasa de utilización de sustrato trayendo consigo la disminución en la concentración de sustrato.

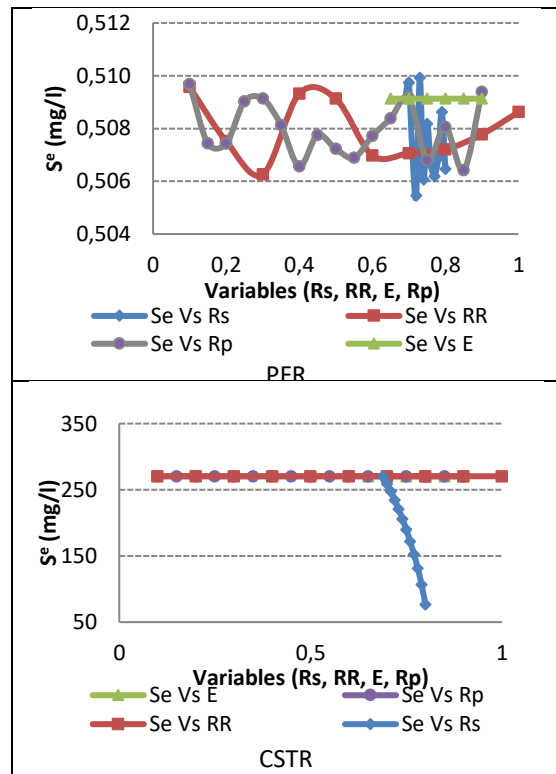


Figura 4. Comportamiento de la concentración de sustrato en el efluente frente a las características operacionales entre un reactor PFR y CSTR con residuo de leche desnatada.

INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS OPERACIONALES SOBRE LA DBO₅

Al aumentar la razón de recirculación se aumenta Q_r que disminuye el efecto de dilución haciendo que entre mayor cantidad de biomasa al reactor favoreciendo el consumo de sustrato y disminuyendo la DBO₅ en el efluente. Cuando la razón de recirculación es muy alta el funcionamiento del reactor PFR se ve afectado con un aumento elevado de biomasa activa dentro del reactor lo que se ve reflejado en un aumento de sólidos en el efluente que aumentan la DBO₅. En el reactor CSTR el aumento de la RR produce un incremento en la DBO₅ en el efluente esto se debe a que la DBO₅ es aportada en su mayoría por los productos microbianos solubles (SMP) que es la suma de UAP y BAP los que dependen en gran medida de la concentración de biomasa activa, por tanto al aumentar la razón de recirculación se aumentará la concentración de esta biomasa y se incrementará la DBO₅ en el efluente, tal como se observa en la gráfica del Reactor CSTR en la Figura 5.

Un aumento de la razón de purga provoca un aumento en el caudal de lodos, lo que repercute en una disminución de la concentración de sustrato en el efluente que a su vez aumenta la DBO₅ en el efluente. Este comportamiento se puede observar claramente en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** para el reactor PFR Y CSTR, aunque en este último la DBO₅ es mayor.

Al aumentar la eficiencia del sedimentador se aumenta la concentración de sólidos en el fondo del sedimentador al igual que en el recirculado, presentándose un aumento en el flujo de volátiles en el fondo y disminuyendo este mismo flujo pero en el efluente, lo que incrementa la concentración de biomasa activa en este punto incrementando la DBO₅ ya que el sustrato y la razón de sólidos permanecen constantes, en la Figura 5 para el reactor

PFR se observa que la DBO₅ después de un punto empieza a disminuir ya que el flujo de volátiles cambia su comportamiento haciendo que el flujo de biomasa en el efluente disminuya al mismo tiempo que disminuye la concentración de biomasa activa en el efluente. En el reactor CSTR al aumentar la eficiencia en el sedimentador, se incrementa la concentración de sólidos en el flujo de fondo del sedimentador, disminuyendo la cantidad de sólidos en el efluente quienes aportan directamente a la DBO₅ provocando su descenso.

La DBO₅ está influenciada en gran medida por la razón de sólidos, la concentración de sustrato, la concentración de biomasa activa en el efluente, además de los parámetros cinéticos los que permanecen constantes. En el reactor PFR al variar la razón de sólidos permanece constante la razón de purga y por ende la concentración de sustrato, y un aumento de R_p produce un incremento en el flujo de biomasa en el efluente que a su vez incrementa la concentración de biomasa activa en dicho punto, por tanto la DBO₅ también crecerá como se observa en la Figura 5. En el reactor CSTR se observa un comportamiento opuesto al reactor PFR ya que al aumentar la razón de sólidos se observa un descenso considerable en la DBO₅ esto se atribuye a que su aumento incrementa la cantidad de biomasa activa que ingresa a el reactor por efecto de las recirculación aumentando la tasa de agotamiento que reduce la concentración de sustrato quien aporta directamente a la DBO₅ provocando su descenso, este comportamiento puede observarse en la Figura 5.

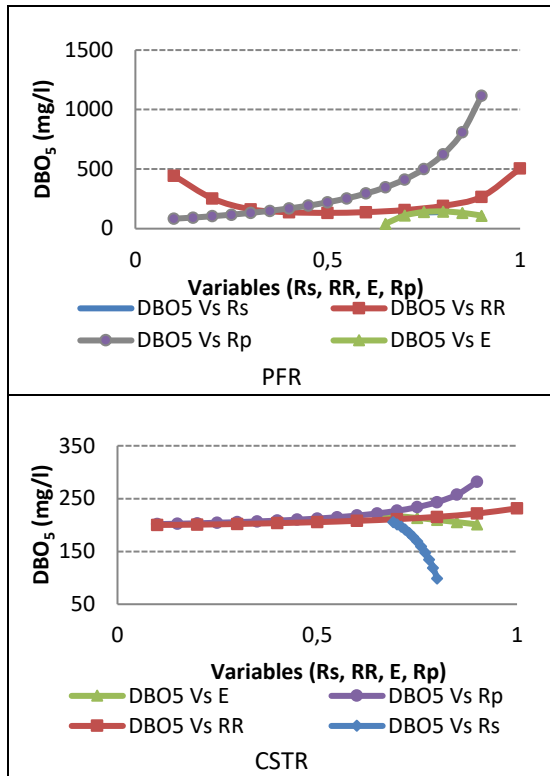


Figura 5. Comportamiento de la DBO₅ frente a las características operacionales de un reactor PFR y un CSTR para residuo de Leche Desnatada.

INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS OPERACIONALES SOBRE EL TIEMPO DE RETENCIÓN DE SÓLIDOS

Como se expuso anteriormente la razón de sólidos depende de la concentración de biomasa activa que al aumentar incrementa el tiempo de retención de sólidos, esta situación se evidencia en la Figura 6 en el reactor CSTR, en cuanto a las demás características el tiempo de retención de sólidos permanece constante debido a que está influenciado de los parámetros cinéticos que permanecieron constantes. En el reactor PFR el aumento de Rs provoca un descenso en el tiempo de retención hidráulica debido a que la cantidad de biomasa activa que ingresa en el reactor es mayor, pues se amortigua el efecto de dilución, permitiendo que la tasa de consumo de sustrato se beneficie y a su vez disminuya el tiempo de retención de sólidos.

El caudal de fondo, de recirculación y el de lodos aumentan si se incrementa la razón de purga, por lo tanto se disminuye la concentración de biomasa activa en el recirculado y la de la salida del reactor presentando una disminución en el tiempo de retención hidráulica y por ende en el volumen y en consecuencia en el tiempo de retención de sólidos.

Si se aumenta la razón de recirculación en el reactor PFR se incrementa el caudal de recirculación disminuyendo la concentración de biomasa activa en el recirculado y la de la salida del reactor presentando una disminución en el tiempo de retención hidráulica y por ende en el volumen y en consecuencia en el tiempo de retención de sólidos. Este comportamiento se puede observar en la Figura 6.

Al aumentar la eficiencia del sedimentador se aumenta la concentración de sólidos en el fondo, por tanto los sólidos en el reciclado serán mayores y el tiempo de retención de sólidos se ve afectado directamente por esto presentándose un aumento en el tiempo de retención de sólidos En la Figura 6 se puede observar que el comportamiento del reactor PFR está acorde con lo antes expuesto.

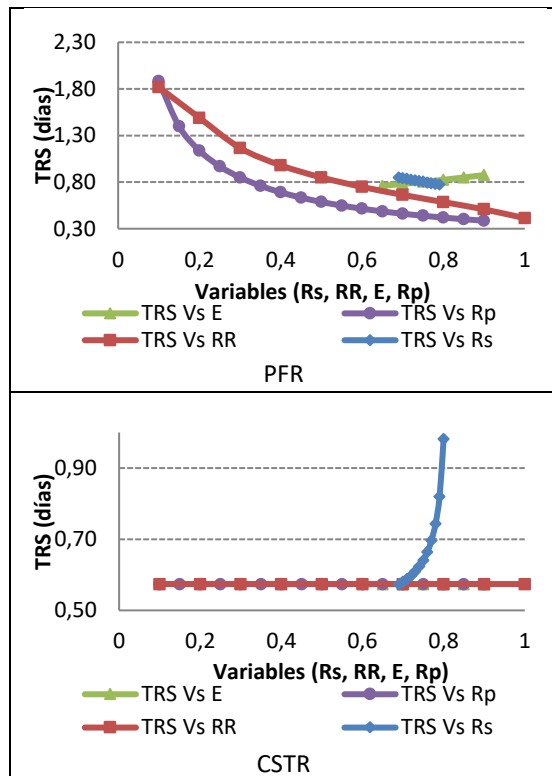


Figura 6. Comportamiento del Tiempo de retención de sólidos frente a las características operacionales de un reactor PFR y un CSTR para residuo de Leche Desnatada.

INFLUENCIA DE LAS CARACTERÍSTICAS OPERACIONALES SOBRE LA CONCENTRACIÓN DE SÓLIDOS VOLÁTILES EN EL EFLUENTE

La concentración de sólidos en el efluente se ve afectada por el flujo de volátiles y por el caudal en este mismo punto, por tanto si se aumenta la razón de purga se disminuye el caudal efluente y aumentara la concentración de volátiles esté comportamiento se observa tanto en el reactor PFR como en el CSTR.

La razón de sólidos es inversamente proporcional a la concentración de sólidos volátiles en el efluente, por tanto un aumento en la razón de sólidos representa una disminución de la concentración de volátiles tal como ocurre en el reactor PFR. En el reactor CSTR un aumento de R_s repercute en un aumento de los sólidos volátiles en el efluente tal como se

observa en la Figura 7 esto se debe a que aun que X_{ae} es menor que X_{ve} aumenta junto con él en igual proporción, de esta forma el ingreso de sólidos en el reactor se incrementa a la entrada y la salida, y al conservar constante la eficiencia del sedimentador provoca un incremento de los sólidos en el efluente.

Al aumentar la razón de recirculación, se aumenta el caudal de fondo del sedimentador en forma significativa provocando un incremento en el flujo de volátiles en el fondo del sedimentador disminuyendo el flujo de volátiles en el efluente y por ende la concentración de volátiles en este punto. En la Figura 7 para el reactor PFR, se puede observar un punto en donde ocurre todo lo contrario ya que la concentración de sólidos volátiles en el recirculado disminuye y afecta directamente al flujo de volátiles en el fondo, aumentando el flujo de volátiles en el efluente así como su concentración, este mismo comportamiento ocurre en el reactor CSRT ocurre un comportamiento similar al presentado ya que al aumentar la RR se aumenta la concentración de sólidos volátiles en el efluente.

Al aumentar la eficiencia del sedimentador se aumenta la concentración de sólidos de fondo al mismo tiempo que aumenta la concentración de sólidos en el recirculado y por lo tanto se incrementa la concentración de sólidos volátiles en el efluente, sin embargo en la Figura 7 se observa que para el PFR sucede lo anterior hasta un punto y posteriormente se presenta una disminución de dicha concentración debido a que la concentración de biomasa a la salida del reactor aumenta que hace que la concentración de volátiles en el efluente disminuya. En el reactor CSTR cuando se aumenta la eficiencia se disminuye el valor del flujo de volátiles en el efluente y al permanecer como constante el caudal en el efluente se presenta una disminución de la concentración de volátiles en la corriente efluente tal como se presenta en la Figura 7.

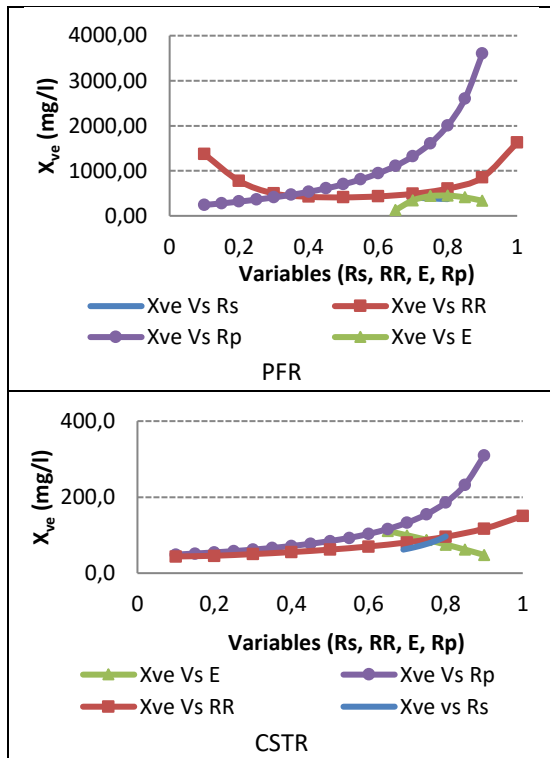


Figura 7. Comportamiento de la concentración de sólidos en el efluente frente a las características operacionales de un reactor PFR y un CSTR para residuo de Leche Desnatada.

El anterior análisis muestra el comportamiento de diferentes parámetros de funcionamiento para un reactor PFR y un CSTR ante la variación de las características operacionales en iguales condiciones de funcionamiento. A través de la información, consignada en las gráficas anteriores, proveniente de los datos arrojados por corridas del programa DiSimuLAc, se evidencian la forma en que trabaja un reactor PFR y un CSTR para un proceso de lodo activado con reciclado de células, esta información coincide con la literatura consultada que sirvió de base de estudio para la realización de este proyecto.

CONCLUSIONES

- Se formularon dos modelos matemáticos uno correspondiente al diseño de una planta de tratamiento de aguas residuales que implementa como tratamiento

secundario un proceso biológico llamado Lodo activado y el otro para la simulación del mismo basados en información precisa de diferentes autores y aplicando diferentes criterios de literatura y normas vigentes.

- La estrategia de solución de los modelos matemáticos se realizó mediante diagramas de flujo para cada unidad de tratamiento preliminar, para el proceso de lodo activado y para el sedimentador secundario que representan la secuencia de cálculo usada en la aplicación computacional.
- Los modelos matemáticos para el diseño y simulación del proceso de lodo activado se implementaron en la herramienta Borland® Delphi® y se realizaron corridas de prueba para verificar el buen funcionamiento del programa dando resultados confiables, además de implementar varias interfaces gráficas y amigables con el usuario.
- Con los resultados obtenidos a través de las corridas del programa DiSimuLAc es posible afirmar que para las condiciones analizadas para el proceso no es necesario tener valores altos en las razones de purga, recirculado y sólidos para conseguir mayor eficiencia.

BIBLIOGRAFÍA

1. BURDEN, Richard L, FAIRES, J. Douglas. Análisis Numérico. Grupo editorial Iberoamérica, 1996.
2. CHAUX, Guillermo. "Contaminación Ambiental III". Curso Pregrado Ingeniería Ambiental. Facultad de Ingeniería Civil. Universidad del Cauca. Popayán 2007.

3. CHAUX, Guillermo. Comunicación Personal. Departamento de Ingeniería ambiental y sanitaria. Facultad de Ingeniería Civil. Universidad del Cauca. Popayán 2007.
4. EDWARDS, C.H. Y PENNY, DAVID E. Ecuaciones diferenciales elementales con aplicaciones. Editorial Prentice – Hall Hispanoamericana, 1985.
5. GUEVARA, María Elvira. Ayudas de diseño de hidráulica. Departamento de Hidráulica. Facultad de Ingeniería Civil. Universidad del Cauca.
6. GUEVARA, María Elvira. Comunicación personal. Departamento de Hidráulica. Facultad de Ingeniería Civil. Universidad del Cauca. Popayán 2007.
7. HERNÁNDEZ MUÑOZ, Aurelio. Depuración de Aguas Residuales. Colegio de ingenieros de caminos, canales y puertos. Colección Señor N° 9 Ed. Paraninfo S.A. Madrid, 1998.
8. LAWRENCE, A. W y McCARTY, P. L. “Unified Basis for Biological Treatment Design and Operation”, J. SED, ASCE, June 1970.
9. MANDT, M.G., y BELL, B. A. Oxidation Ditches in Wastewater Treatment, Ann Arbor Science, 1982.
10. MARTÍNEZ ARAYA, Enzo. Seminario internacional: Restauración hidrológico forestal para la conservación y aprovechamiento de alcantarillado. Ingeniería Ambiental. Mc Graw Hill, 1999.
12. ORHON, Derin. “*Evaluation of industrial biological treatment desing on the basis of process modeling*”. Wat. Sci. Tech. Vol 38, N° 4-5, pp. 1-8. Elsevier Science Ltd. Pergamon. 1998.
13. OSIER, Dan, GROBMAN, Steve and BATSON, Steve. Teach Yourself Delphi 3 in 14 Days. Sams Publishing. 1997.
14. ¿Qué es Delphi?. Disponible en: http://www.arrakis.es/~ppriego/delphi/que_es.htm. Visitada: 17 de enero de 2008.
15. REGLAMENTO TÉCNICO DEL SECTOR DE AGUA POTABLE Y SANEAMIENTO BASICO RAS – 2000. Sección II, Título E Tratamiento de aguas residuales. Ministerio de Desarrollo Económico. Dirección de Agua Potable y Saneamiento Básico. Bogotá D.C., 2000.
16. RICH, L.G. Environmental System Engineering. Mc Graw Hill, 1973.
17. RITTMAN, B.E. Biotecnología del medio ambiente. Mc Graw Hill, 2001.
18. ROMERO ROJAS, Jairo Alberto. Tratamiento de aguas Residuales, Teoría y principios de diseño. Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 2004.
19. TCHOBANOGLIOUS, George, CRITES, Ron. Tratamiento de aguas residuales en pequeñas poblaciones. Mc Graw Hill, 2000.
20. Tratamiento de aguas residuales. Disponible en: <http://es.wikipedia.org>. Visitada el 28 de junio de 2007.
11. McGHEE, Terence J. Abastecimiento de agua y

21. WALAS, Stanley M. Chemical Process Equipment. Department of chemical and petroleum engineering university of Kansas.

$$A(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} a_{11}(\mathbf{x}) & a_{12}(\mathbf{x}) \cdots & a_{1n}(\mathbf{x}) \\ a_{21}(\mathbf{x}) & a_{22}(\mathbf{x}) \cdots & a_{2n}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}(\mathbf{x}) & a_{n2}(\mathbf{x}) & a_{nn}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES: Los dos autores participaron de todas las etapas del proyecto de investigación, desde el planteamiento del problema, marco metodológico, Recolección de datos, resultados y análisis de los mismos y la revisión bibliográfica.

Donde cada uno de los elementos de $A_{IJ}(\mathbf{x})$ es una función de \mathbf{R}^n en \mathbf{R} . Esto requiere que se encuentre $A(\mathbf{x})$ de manera que

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - A(\mathbf{x})^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x})$$

CONFLICTOS DE INTERESES: No existen conflictos de intereses de los autores de este artículo.

Proporcione convergencia cuadrática a la solución $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, suponiendo que $A(\mathbf{x})$ es no singular en el punto fijo \mathbf{p} de \mathbf{G} .

APÉNDICES

Apéndice 1. Método de solución de sistemas de ecuaciones no lineales: Método de Newton [1]:

La demostración del siguiente teorema requiere poder expresar a \mathbf{G} en términos de su serie de Taylor en n variables alrededor de \mathbf{p} .

Método de solución de sistemas de ecuaciones no lineales: Método de Newton [1]:

• Teorema

Supóngase que \mathbf{p} es una solución de $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ para una función $\mathbf{G} = (g_1, g_2, \dots, g_n)^t$ que mapea \mathbf{R}^n en \mathbf{R}^n . Si existe una $\delta > 0$ con la propiedad de que

Para el algoritmo que conduce a un método de punto fijo apropiado en el caso unidimensional, tenemos una función ϕ con la propiedad de que

$$g(x) = x - \phi(x)f(x)$$

Proporciona convergencia cuadrática en el punto fijo \mathbf{p} de la función g . De esta condición se desarrolla el método de Newton, eligiendo $\phi(x) = 1/f'(x)$, suponiendo que $f'(x) \neq 0$.

i. $\partial g_i / \partial x_j$ es continua en $N_\delta = \{\mathbf{x} \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{p}\| < \delta\}$ para cada $i = 1, 2, \dots, n$ y $j = 1, 2, \dots, n$,

ii. $\partial^2 g_i(\mathbf{x}) / (\partial x_j \partial x_k)$ es continua y $|\partial^2 g_i(\mathbf{x}) / (\partial x_j \partial x_k)| \leq M$ para una constante M , siempre que $\mathbf{x} \in N_\delta$ para cada $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$ y $k = 1, 2, \dots, n$,

iii. $\partial g_i(\mathbf{p}) / \partial x_k = 0$ para cada $i = 1, 2, \dots, n$ y $k = 1, 2, \dots, n$,

La utilización de un enfoque similar en el caso n -dimensional, implica una matriz

Entonces existe un $\hat{\delta} \leq \delta$ tal que la sucesión generada por $\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{G}(\mathbf{x}^{(k-1)})$ converge cuadráticamente en \mathbf{p} para cualquier

elección de $\mathbf{x}^{(0)}$ siempre que $\|\mathbf{x}^{(0)} - \mathbf{p}\| < \delta$. Además,

$$\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{p}\|_{\infty} \leq \frac{n^2 M}{2} \|\mathbf{x}^{(k-1)} - \mathbf{p}\|_{\infty}^2, \text{ para cada } k \geq 1$$

Para usar este teorema suponemos que $A(\mathbf{x})$ es una matriz $n \times n$ de funciones de \mathbf{R}^n a \mathbf{R}^n . Supóngase además que $A(\mathbf{x})$ es no singular cerca de una solución \mathbf{p} de $F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ y sea $b_{ij}(\mathbf{x})$ el elemento de $A(\mathbf{x})^{-1}$ en el i -ésimo renglón y en la j -ésima columna.

Puesto que $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - A(\mathbf{x})^{-1}F(\mathbf{x})$, tenemos $g_i(\mathbf{x}) = x_i - \sum_{j=1}^n b_{ji}(\mathbf{x})f_j(\mathbf{x})$

Y

$$\frac{\partial g_i(\mathbf{x})}{\partial x_k} = \begin{cases} 1 - \sum_{j=1}^n \left(b_{ji}(\mathbf{x}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{x}) + \frac{\partial b_{ij}}{\partial x_k}(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x}) \right), & \text{Si } i = k, \\ - \sum_{j=1}^n \left(b_{ji}(\mathbf{x}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{x}) + \frac{\partial b_{ij}}{\partial x_k}(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{x}) \right), & \text{Si } i \neq k. \end{cases}$$

tanto

Este teorema implica que necesitamos que $\frac{\partial g_i(\mathbf{p})}{\partial x_k} = 0$ para cada $i = 1, 2, \dots, n$, y $k = 1, 2, \dots, n$. Esto significa que para $i = k$,

$$0 = 1 - \sum_{j=1}^n b_{ji}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{p}),$$

Así que

$$\mathbf{A} \quad \sum_{j=1}^n b_{ji}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{p}) = 1.$$

Cuando $k \neq i$,

$$0 = - \sum_{j=1}^n b_{ji}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{p}),$$

de modo que

$$\mathbf{B} \quad \sum_{j=1}^n b_{ji}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k}(\mathbf{p}) = 0$$

Definiendo la matriz $J(\mathbf{x})$ como

$$J(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Vemos que las condiciones **A** y **B** requieren que

$$A(\mathbf{p})^{-1} J(\mathbf{p}) = I, \text{ matriz identidad,}$$

Una elección apropiada de $A(\mathbf{x})$ es consecuentemente $A(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x})$, puesto que así se satisface la condición (iii) del teorema.

La función \mathbf{G} se define como

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - J(\mathbf{x})^{-1}F(\mathbf{x}),$$

y el procedimiento de la iteración funcional evoluciona de seleccionar $\mathbf{x}^{(0)}$ y generar, para $k \geq 1$,

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{G}(\mathbf{x}^{(k-1)}) = \mathbf{x}^{(k-1)} - J(\mathbf{x}^{(k-1)})^{-1}F(\mathbf{x}^{(k-1)})$$

Se espera, por lo general, que este método proporcione una convergencia cuadrática, siempre que se conozca un valor inicial suficientemente preciso y exista $J(\mathbf{p})^{-1}$.

- Algoritmo de newton para sistemas no lineales.

Para aproximar la solución del sistema no lineal $\mathbf{F}(\mathbf{x})=0$ dada una aproximación inicial \mathbf{x} :

INPUT numero n de ecuaciones e incógnitas; aproximación inicial $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^t$, tolerancia TOL; número máximo de iteraciones N.

OUTPUT solución aproximada $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^t$ o un mensaje de que se ha excedido el número máximo de iteraciones.

Paso 1 Sea $k = 1$

Paso 2 Mientras ($k \leq N$) realizar Pasos 3 - 7.

Paso 3 Calcular $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{J}(\mathbf{x})$, donde $J(\mathbf{x})_{i,j} = \left(\frac{\partial f_i(\mathbf{x})}{\partial x_j}\right)$ para $1 \leq i, j \leq n$.

Paso 4 Resolver el sistema lineal $n \times n$, $\mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{y} = -\mathbf{F}(\mathbf{x})$.

Paso 5 Sea $\mathbf{x} = \mathbf{x} + \mathbf{y}$.

Paso 6 Si $\|\mathbf{y}\| < TOL$ entonces OUTPUT (\mathbf{x});

(Procedimiento terminado con éxito.)

STOP.

Paso 7 Sea $k = k + 1$.

Paso 8 OUTPUT ('El número máximo de iteraciones se ha excedido');

(Procedimiento terminado sin éxito.)

STOP.

Apéndice 2. Método de Runge - Kutta de cuarto orden. [4]:

Para el método de Runge-Kutta multivariable se tienen las siguientes formulas iterativas:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6}(k_{n1} + 2k_{n2} + 2k_{n3} + k_{n4}),$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(j_{n1} + 2j_{n2} + 2j_{n3} + j_{n4}).$$

Las cuatro pendientes k_{n1}, k_{n2}, k_{n3} y k_{n4} usadas en los pasos que llevan de x_n a x_{n+1} son valores apropiados de $f(x, y)$, en tanto que las cuatro pendientes j_{n1}, j_{n2}, j_{n3} y j_{n4} son valores adecuados de $g(x, y)$. Cada una de las dos cuartetas de números se definen mediante la cuarteta de ecuaciones siguiente:

$$k_{n1} = f(t_n, x_n, y_n),$$

$$j_{n1} = g(t_n, x_n, y_n),$$

$$k_{n2} = f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_{n1}, y_n + \frac{h}{2}j_{n1}\right),$$

$$j_{n2} = g\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_{n1}, y_n + \frac{h}{2}j_{n1}\right),$$

$$k_{n3} = f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_{n2}, y_n + \frac{h}{2}j_{n2}\right),$$

$$j_{n3} = g\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_{n2}, y_n + \frac{h}{2}j_{n2}\right),$$

$$k_{n4} = f(t_n + h, x_n + hk_{n3}, y_n + hj_{n3})$$

$$j_{n4} = g(t_n + h, x_n + hk_{n3}, y_n + hj_{n3}).$$

El método de Runge-Kutta para sistemas conduce a errores acumulados (en un intervalo acotado fijo) de orden h^4 .

Apéndice 3. Eliminación Gaussiana con sustitución hacia atrás [1]:

- **Algoritmo:**

Resolución del sistema lineal $n \times n$

$$E_1: a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = a_{1,n+1}$$

$$E_2: a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = a_{2,n+1}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$E_n: a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = a_{n,n+1}$$

INPUT número de incógnitas y de ecuaciones n ; matriz ampliada $A = (a_{ij})$, donde $1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq n + 1$.

OUTPUT soluciones x_1, x_2, \dots, x_n o mensaje de tema no tiene solución única.

Paso 1 Para $i = 1, \dots, n - 1$ realizar Pasos 2-4. (Proceso de eliminación.)

Paso 2 Sea p el entero más pequeño con $i \leq p \leq n$ y $a_{pi} \neq 0$.

Si no puede encontrarse un entero p

Entonces OUTPUT ('no existe solución única');
STOP.

Paso 3 Si $p \neq i$ entonces realizar $(E_p) \leftrightarrow (E_i)$.

Paso 4 Para $j = i + 1, \dots, n$ realizar Pasos 5 y 6

Paso 5 Sea $m_{ji} = a_{ji}/a_{ii}$.

Paso 6 Realizar $(E_j - m_{ji}E_i) \leftrightarrow (E_j)$.

Paso 7 Si $a_{nn} = 0$ entonces OUTPUT ('no existe solución única');
STOP.

Paso 8 Sea $x_n = a_{n,n+1}/a_{nn}$.

(Comienza la sustitución hacia atrás.)

Paso 9 Para $i = n - 1, \dots, 1$ sea $x_i = [a_{i,n+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j]/a_{ii}$.

Paso 10 OUTPUT (x_1, \dots, x_n) ; (Procedimiento terminado con éxito.)
STOP.